

BEITRÄGE ZUR
RECHNERGESTÜTZTEN SYNTHESE
VERLUSTFREIER ZWEITORE

von
Walther F. Göttlicher

Erlangen 1983

1983 # 471



BEITRÄGE ZUR RECHNERGESTÜTZTEN SYNTHESE VERLUSTFREIER ZWEITORE

Der Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von
Walther F. Göttlicher

Erlangen 1983

Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 27.06.1983

Tag der Promotion: 02.12.1983

Dekan: Prof. Dipl.-Ing. G. Vetter

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. R. Unbehauen

Prof. Dr. phil.nat. H. Schlitt

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Unbehauen, auf dessen Anregung hin diese Arbeit entstanden ist, gilt mein besonderer Dank für die Unterstützung und Förderung der Arbeit.

Herrn Prof. Dr.phil.nat. H. Schlitt möchte ich für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferats danken.

Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. K.H. Feistel bedanken, durch dessen Anregungen und Wünsche ein benutzerfreundliches Programmsystem entstand.

Der Firma Wandel & Goltermann gilt mein Dank für die gute Zusammenarbeit bei der Entwicklung eines Prototypquarzfilters in Abzweigstruktur.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546217_0011

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Einleitung	1
1. AUFGABENSTELLUNG BEI DER NETZWERKSYNTHESE	3
1.1 Lösungsansätze	3
1.1.1 Die direkte Methode	3
1.1.2 Die klassische Netzwerksynthese	4
2. VERFAHREN ZUR SYNTHESE VON REAKTANZZWEITOREN	5
2.1 Das benutzte Synthese-Verfahren	6
2.2 Berechnung der Eingangsimpedanz bei gegebener Übertragungsfunktion	8
2.3 Sätze über Zweipolfunktionen	13
2.4 Realisierung der Eingangsimpedanz	14
2.4.1 Abspaltung einer Entwicklungsstelle erster Art	15
2.4.2 Entwicklungsstellen zweiter Art	17
2.4.2.1 Abbau einer Entwicklungsstelle zweiter Art auf der imaginären Achse	
2.4.2.2 Abbau einer Entwicklungsstelle zweiter Art auf der reellen Achse	19
2.4.2.3 Abbau einer Entwicklungsstelle zweiter Art im Innern des ersten Quadranten	21
2.4.3 Entwicklungsstellen dritter Art	
3. KOPPLUNGSFREIE NICHTKANONISCHE REALISIERUNGEN	25
3.1 Kopplungsfreie Durchführung eines Entwicklungsschritts	25
3.2 Netzwerkstrukturen bei der Durchführung eines kopplungsfreien Entwicklungsschrittes	28

3.2.1 Verwendung einer Entwicklungsstelle erster Art ungleich Null und Unendlich	28
3.2.2 Verwendung von Entwicklungsstellen erster Art bei Null oder Unendlich	29
3.3 Eindeutigkeit der Abbaustrukturen	33
3.3.1 Nullstelle bei Null und Nullstelle im Unendlichen	34
3.3.2 Polstelle bei Null und Polstelle bei Unendlich	35
3.3.3 Exkurs über die gleichzeitige Abspaltung zweier Entwicklungsstellen	36
3.3.4 Nullstelle bei Null und Polstelle bei Unendlich	40
3.3.5 Polstelle bei Null und Nullstelle im Unendlichen	42
3.3.6 Exkurs über Parametrische Filter	45
4. BETRACHTUNGEN ÜBER DIE ABSPALTREIHENFOLGE	48
4.1 Empfehlungen für die Abspaltreihenfolge	49
4.2 Verhalten der Eingangsimpedanz bei Durchführung des n-ten Entwicklungsschrittes	50
4.2.1 Vorabspaltung an einer Nullstelle bei Null (LP)	53
4.2.2 Vollabbau einer Nullstelle bei Null (qL)	54
4.2.3 Vorabspaltung an einem Pol bei Null (CS)	55
4.2.4 Vollabbau einer Polstelle bei Null (LC)	56
4.2.5 Vorabspaltung mit Hilfe einer Nullstelle im Unendlichen (CP)	57
4.2.6 Vollabbau einer Nullstelle im Unendlichen (qC)	58

	Seite
4.2.7 Vorabspaltung mit Hilfe einer Polstelle im Unendlichen (LS)	59
4.2.8 Vollabbau einer Polstelle im Unendlichen (1L)	60
4.3 Bedingungen für den (n+1)-ten Entwicklungsschritt	61
4.3.1 Vorabspaltung mit Hilfe einer Nullstelle bei Null (LP)	61
4.3.2 Vorabspaltung mit Hilfe einer Polstelle bei Null (CS)	62
4.3.3 Vorabspaltung mit Hilfe einer Nullstelle im Unendlichen (CP)	62
4.3.4 Vorabspaltung mit Hilfe einer Polstelle im Unendlichen (LS)	63
4.4 Sonderfall gleicher Netzwerkstrukturtypen	63
4.4.1 Kapazitätsarmer Hochpaß	63
4.4.2 Induktivitätsarmer Hochpaß	64
4.4.3 Induktivitätsarmer Tiefpaß	65
4.4.4 Kapazitätsarmer Tiefpaß	66
4.5 Abspalkriterium im allgemeinen Fall	67
4.6 Beispiele zur Abspaltreihenfolge	69
4.6.1 Hochpaßfilter	69
4.6.2 Bandpaßfilter	72
4.6.3 Filter mit zwei Durchlaßbereichen	75
5. REALISIERUNG VON QUARZFILTERN UND KERAMISCHEN FILTERN	78
5.1 Quarzersatzschaltung	
5.2 Realisierung von Quarzstrukturen mit vorgeschrie- bener Ersatzinduktivität	80

	Seite
5.3 Beispiele	84
5.3.1 Keramisches Filter	84
5.3.2 10.7 MHz Bandpaß	86
6. NORTON-UMFORMUNG ZUR IMPEDANZANPASSUNG	90
6.1 Einfache Norton-Transformation	90
6.1.1 Längs-Querzweig-Transformation	91
6.1.2 Quer-Längszweig-Transformation	92
6.2 Impedanzanpassung mit Hilfe der erweiterten Norton-Umformung	94
6.2.1 Rechtsseitige Längs-Querzweig-Transformation	94
6.2.2 Linksseitige Quer-Längszweig-Transformation	97
6.2.3 Rechtsseitige Quer-Längszweig-Transformation	99
6.2.4 Linksseitige Längs-Querzweig-Transformation	101
6.3 Anwendungsbeispiel für die erweiterte Norton-Transformation	103
7. NUMERISCHE ASPEKTE DER RECHNERGESTÜTZTEN SYNTHESE	107
7.1 Betrachtungen zur Rechengenauigkeit	107
7.1.1 Einfluß einer endlichen Koeffizientengenauigkeit	108
7.1.2 Einfluß der endlichen Nullstellengenauigkeit	110
7.2 Numerische Bestimmung der Nullstellen einer Summe von Polynomen	111
7.2.1 Verfahren zur Nullstellenberechnung	112
7.2.1.1 Nullstellenbestimmung durch lineare Extrapolation	113

	Seite
7.2.1.2 Nullstellenbestimmung durch quadratische Extrapolation	115
7.2.2 Vergleich der Iterationsverfahren	118
7.2.2.1 Numerische Wirksamkeit der Verfahren	118
7.2.2.2 Vergleich von NEWTON-RAPHSON- und Sekantenverfahren anhand ausgewählter Beispiele	121
7.2.3 Das Parabel-Sekanten-Verfahren	127
7.2.4 Der Einfluß der Rechendynamik auf die Genauigkeit der Nullstellenbestimmung	130
7.2.5 Programm zur Nullstellenbestimmung	132
7.3 Vergleich mit anderen Verfahren zur Nullstellenbestimmung	135
8. DAS PROGRAMMPAKET ZUR RECHNERGESTÜTZTEN FILTERSYNTHESE	137
8.1 Programme zur Umsetzung verschiedener Problemstellungen	139
8.1.1 Die Hurwitzfaktorisierung (HUFAC)	139
8.1.2 Berechnung der charakteristischen Funktion aus der Übertragungsfunktion (CHARF)	141
8.1.3 Verlustvorverzerrung (HVVVZ)	143
8.1.4 Berechnung der Eingangsimpedanz (LDIMP)	145
8.2 Prüfung der Bedingungen für kopplungsfreie Realisierbarkeit	145
8.2.1 FIALKOW-GERST-Bedingungen und erste FIALKOW-Bedingung (FLKW1)	145
8.2.2 FIALKOW-Bedingung für die Eingangsimpedanz (FLKW2)	147

	Seite
8.3 Programme zur Realisierung der Eingangsimpedanz	148
8.3.1 Das Abspaltprogramm (LCSYN, ABSYN, SYGRF)	148
8.3.2 Verbesserung der Schaltungswerte (ROPTI)	150
8.4 Weiterbearbeitung der erzeugten Reaktanzschaltung	152
8.4.1 Äquivalenztransformationen von Reaktanz- zweitoren (ATZT)	152
8.4.2 Synthese von Wellendigitalfiltern (WDF, SENSI, DSIM)	153
ZUSAMMENFASSUNG	156
LITERATURVERZEICHNIS	157
ANHANG	165

BEITRÄGE ZUR RECHNERGESTÜTZTEN SYNTHESE VERLUSTFREIER ZWEITORE

E i n l e i t u n g

Die Bedeutung der Reaktanzzweitore in der Filtertechnik ist wohl unbestritten. Von jeher gilt das "LC-Filter" als das klassische Filter. Auch in modernen Technologien kann auf eine Reaktanzschaltung als Referenzfilter vielfach nicht verzichtet werden. Hierzu seien Gyratorfilter, Schalter-Kondensator-Filter /HU1/ oder Wellendigitalfilter /FE2, CO1, SW1/ genannt. Der fast schon anachronistische Weg über einen Filterkatalog zu einem Netzwerk zu gelangen, mag für einfache Tief-, Hoch- oder Bandpaßforderungen gangbar sein, führt jedoch für Filter mit mehreren Durchlaß- und Sperrbereichen oder nichtkonstanter Toleranzvorschrift kaum zum Ziel. Gänzlich unmöglich ist diese Vorgehensweise bei der Realisierung von Reaktanznetzwerken mit vorgeschriebenem Gruppenlaufzeit- oder Phasenverhalten, wie es z.B. bei Datenübertragungssystemen erforderlich ist.

Solche Problemstellungen lassen sich meist nur auf numerischem Weg, d. h. mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen, lösen. War der Einsatz von Rechenanlagen bis vor wenigen Jahren aufgrund der hohen Investitionskosten nur Großfirmen möglich, so ist durch die sinkenden Hardwarekosten sowie durch die stark gestiegene Leistungsfähigkeit von kleinen und mittleren Rechenanlagen heute die Verwendung solcher "Minicomputer" auch in kleineren Betrieben selbstverständlich.

Bei der Programmentwicklung muß jedoch auf einige spezifische Eigenschaften von Kleinrechnern, die insbesondere Adressbereich und Zahlendarstellung betreffen, Rücksicht genommen werden. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung eines Programmpakets zur rechnergestützten Reaktanzzweitorensynthese, das auch auf Kleinrechenanlagen arbeitsfähig ist.



Im ersten Abschnitt werden die Aufgabenstellung sowie zwei mögliche Lösungsphilosophien beschrieben. Der zweite Abschnitt der Arbeit stellt das gewählte Syntheseverfahren dar. Im dritten und vierten Abschnitt wird der für die Praxis sehr wichtige Sonderfall kopplungsfreier Schaltungen behandelt, wobei bisher noch nicht bekannte Aussagen über Abbaureihenfolge und Netzwerkstrukturen gemacht werden. Im fünften Abschnitt wird eine Erweiterung des Syntheseverfahrens dargelegt, die es erlaubt, Quarz- und Keramikfilter mit vorgeschriebener Ersatzinduktivität zu realisieren. Der sechste Abschnitt behandelt eine Netzwerktransformation zur Einsparung von Anpassungsübertragern. Im siebten Abschnitt wird der numerische Kern des Programmpakets beschrieben, hierbei handelt es sich um ein sehr schnelles und sicheres Verfahren zur iterativen Bestimmung der Nullstellen eines Polynoms. Der achte Abschnitt gibt einen Überblick über das gesamte implementierte Reaktanzzeitorsyntheseprogrammpaket. Praxisnahe Beispiele zeigen die Leistungsfähigkeit der beschriebenen Algorithmen.

1. AUFGABENSTELLUNG BEI DER NETZWERKSYNTHESE

Der Entwurf elektrischer Netzwerke stellt die folgende Aufgabe. Gegeben ist eine Vorschrift für das elektrische Verhalten eines Netzwerks. Dies kann eine Forderung bezüglich des Betrags, der Phase, der Gruppenlaufzeit oder einer Kombination der genannten sein. Ebenso kann der zeitliche Verlauf eines Ausgangssignals bei gegebenem Eingangssignal vorgeschrieben sein. Die Forderung kann entweder die direkte formelmäßige Vorgabe der Übertragungsfunktion sein oder in einer Toleranzvorschrift für die gewünschte Netzwerkfunktion bestehen. Gesucht ist ein elektrisches Netzwerk, d. h. die Netzwerkstruktur sowie die Bauelementewerte, das der vorgegebenen Forderung genügt.

1.1 Lösungsansätze

Grundsätzlich lassen sich zwei, vom Ansatz her völlig verschiedene Lösungsmethoden unterscheiden: die direkte Methode und die klassische Netzwerksynthese.

1.1.1 Die direkte Methode

Dieser Lösungsansatz wird vielfach auch als "der rechnergestützte Entwurf" bezeichnet. Ausgehend von der Vorschrift versucht der Anwender der Methode aufgrund seiner Erfahrung die Lösung des Problems, d. h. die Struktur und die Bauelementewerte des gesuchten Netzwerks zu "erraten". Diese Startlösung, die im allgemeinen die gewünschten Eigenschaften nicht besitzt, wird dann mit Hilfe von Optimierungsalgorithmen so verbessert, daß die gegebene Forderung möglichst gut erfüllt wird. Vorteilhaft bei diesem Vorgehen ist, daß Nebenbedingungen, wie zum Beispiel ein eingeschränkter Wertebereich für

die Bauelemente oder eine gewünschte Netzwerktopologie leicht eingebracht werden können. Als Nachteil ist zu nennen, daß mit Hilfe von Optimierungsmethoden zwar die Werte der Bauelemente variiert werden können, jedoch eine Änderung der Netzwerkstruktur nicht möglich ist. Weiterhin können ebensowenig Aussagen über die Existenz einer Lösung gemacht werden, wie es allgemeingültige Kriterien zur Wahl einer günstigen Startlösung gibt /WE1/.

1.1.2 Die klassische Netzwerksynthese

Die "indirekte Methode", auch als klassische Netzwerksynthese bezeichnet, besteht aus zwei Schritten: der Approximation und der Realisierung.

Bei der Approximation wird - zum Teil mit Optimiermethoden - eine analytische Netzwerkfunktion (Übertragungsfunktion, charakteristische Funktion, Eingangsimpedanz, Impedanz- oder Kettenmatrix oder auch Impulsantwort) bestimmt, die die gegebene Forderung und spezifische Realisierungsbedingungen erfüllt. Das eigentliche Realisierungsverfahren führt dann auf streng deduktivem Weg zu einem oder auch mehreren Netzwerken, die alle die durch Approximation gewonnene Netzwerkfunktion besitzen. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt auf der Hand: nach erfolgter Approximation oder bei Vorgabe einer Netzwerkfunktion kann sofort die Existenz einer Lösung anhand der Realisierbarkeitsbedingungen überprüft und die gesuchte Schaltung realisiert werden.

Für ein Rechnerprogramm, das mit möglichst wenig Eingriffen durch den Anwender arbeiten soll, sind deshalb die Verfahren der klassischen Synthese geeignet, insbesondere wenn man berücksichtigt, daß für das erste Teilproblem, die Approximation, für fast alle Forderungsarten praxistaugliche Lösungen vorliegen /GA1, KR1, WU1, HO1, UN3/.

2. VERFAHREN ZUR SYNTHESE VON REAKTANZZWEITOREN

Zur Synthese von Reaktanzzweitoren in Kettenstruktur sind verschiedene Vorgehensweisen bekannt.

Eine Zweitormatrix, sei es die Kettenmatrix $/JU1/$ oder eine Betriebsparametermatrix $/FE1, OK1/$, wird so faktorisiert, daß Elementarzweitore ersten bis vierten Grades entstehen, deren Netzwerkstruktur und Elementewerte bekannt sind. Hierbei kann die Faktorisierung schrittweise zu einem Gradabbau $/PI1/$ führen, oder es kann mit zwei Faktorisierungsschritten ein Elementarzweitor aus der Gesamtstruktur herausgelöst werden $/BO1/$. Diese zweite Methode vermindert das Auflaufen von Rundungsfehlern beim Abspaltprozeß, erfordert jedoch erheblichen Mehraufwand bei der numerischen Durchführung.

Eine andere Methode besteht darin, die eingangsseitige Leerlauf- und Kurzschlußimpedanz als Kettenbruch zu entwickeln $/EA1/$. Nachteilig hierbei ist, daß die Abspaltung bei beiden Impedanzfunktionen erfolgen muß, um ein korrektes Ergebnis zu erhalten, und daß Sperrstellen im Komplexen sowie auf der reellen Achse nicht berücksichtigt werden können. Ein Verfahren, das diese Möglichkeit bietet, ist die Entwicklung der Betriebseingangsimpedanz $/UN1, UN2/$. Hierbei können Sperrstellen in der gesamten komplexen Ebene realisiert werden, d. h. die Synthese jeder Reaktanzzweitorübertragungsfunktion ist möglich. Daneben bietet die Betrachtung von nur einer Netzwerkfunktion, der Betriebseingangsimpedanz, eine übersichtliche Darstellung und numerisch einfache Durchführung des gesamten Syntheseprozesses. Die Gefahr, daß sich bei der numerischen Durchführung des Abspaltprozesses Rundungsfehler anhäufen, kann durch die Benutzung der Pol- und Nullstellen anstatt der Koeffizienten der Impedanzfunktion bei der Berechnung vermindert werden $/TH1, BI1/$. Der Nachteil des hohen Rechenaufwandes bei der Nullstellenbestimmung kann durch den Einsatz effektiver Nullstellensuchalgorithmen klein gehalten werden.

2.1 Das benutzte Synthese-Verfahren

Das Verfahren zur Synthese eines Reaktanzzweitores geht auf R. UNBEHAUEN /UN2/ zurück. An dieser Stelle sollen nur die Wesenszüge des Syntheseverfahrens ohne Beweis der Aussagen wiedergegeben werden. Für eine detailliertere Darstellung sei auf /UN1, UN2/ verwiesen.

Ziel des Syntheseverfahrens ist es, ein in Bild 2.1 dargestelltes Reaktanzzweitor zu realisieren. Die Einbettungswiderstände sind ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf den Wert Eins normiert. Bei anderen Widerstandsverhältnissen kann ein Anpassungsübertrager formal dem Reaktanzzweitor zugeordnet werden.

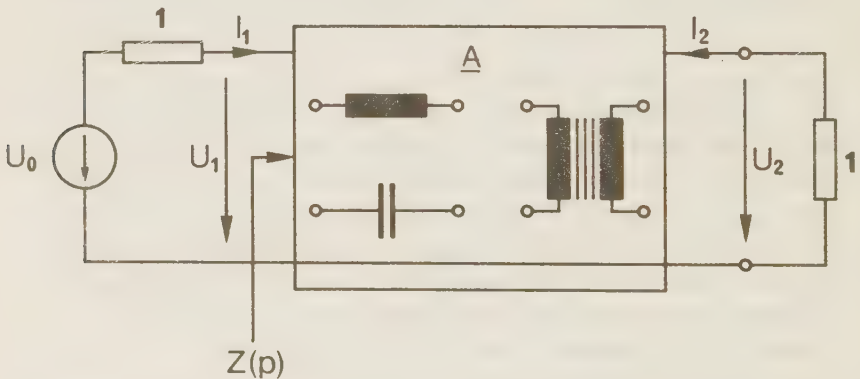


Bild 2.1: In Ohmwiderstände eingebettetes Reaktanzzweitor

Die Kettenmatrix $\underline{A}$ eines Reaktanzzweitores wird durch folgenden, auf H. PILOTY zurückgehenden Satz charakterisiert:

Satz 1: Bezeichnet man mit $a(p)$, $b(p)$, $c(p)$, $d(p)$ und $e(p)$ Polynome der komplexen Frequenz p , die keine gemeinsamen Nullstellen besitzen, d. h. es existiert kein Punkt in der p -Ebene, in welchem alle Polynome zugleich Null werden, so sind die folgenden Forde-

rungen notwendig und hinreichend dafür, daß die zweireihige quadratische Matrix

$$\underline{A}(p) = \frac{1}{e(p)} \begin{bmatrix} a(p) & b(p) \\ c(p) & d(p) \end{bmatrix}$$

die Kettenmatrix eines Reaktanzzweiters ist.

- 1) Die Quotienten $a(p)/e(p)$ und $d(p)/e(p)$ sind gerade rationale reelle Funktionen, und $b(p)/e(p)$ sowie $c(p)/e(p)$ sind ungerade rationale reelle Funktionen.
- 2) Die Determinante $(a(p)d(p) - b(p)c(p))/e^2(p)$ ist identisch Eins.
- 3) Mindestens drei der Quotienten $b(p)/a(p)$, $b(p)/d(p)$, $c(p)/a(p)$ und $c(p)/d(p)$ sind Reaktanzzweifunktionen. Damit ist es auch der vierte Quotient. Zugelassen als Reaktanzzweifunktion ist auch die identisch verschwindende Funktion. Tritt eine solche verschwindende Reaktanzzweifunktion auf, dann müssen $a(p)/e(p)$ und $d(p)/e(p)$ zwei zueinander reziproke reelle Konstanten sein.

Ein Beweis des obigen Satzes ist in /UN1/ angegeben. R. UNBEHAUEN hat gezeigt /UN2/, daß die Kettenmatrix $\underline{A}$ eines Reaktanzzweiters durch ein Netzwerk realisiert werden kann, wenn die Eingangsimpedanz

$$Z(p) = \frac{U_1}{I_1} = \frac{a(p) + b(p)}{c(p) + d(p)} \quad (2.1)$$

durch ein Reaktanzzweitor mit ohmschem Abschluß realisiert wird und hierbei alle Pole der Kettenmatrix im abgeschlossenen ersten Quadranten als Entwicklungsstellen benutzt werden. Hier-

zu zählen alle endlichen Polstellen, d.h. alle Nullstellen des Polynoms $e(p)$ im abgeschlossenen ersten Quadranten sowie die Polstellen im Unendlichen, die sich aus dem maximalen Gradüberschuß der Polynome $a(p)$, $b(p)$, $c(p)$ bzw. $d(p)$ gegenüber dem Polynom $e(p)$ ergeben.

Dies ist der zentrale Bezugspunkt des gesamten Syntheseverfahrens, auf den alle Realisierungsaufgaben zurückgeführt werden. Bei Vorgabe einer Übertragungsfunktion oder des Betrags einer Übertragungsfunktion wird die Eingangsimpedanz eines Reaktanzzweiters ermittelt, aus dessen Kettenmatrix sich die gegebene Netzwerkfunktion berechnen läßt. Die Zuordnung von Übertragungsfunktion zu Kettenmatrix ist bezüglich der Kettenmatrix im allgemeinen nicht eindeutig, so daß hierbei Wahlmöglichkeiten entstehen, die im Hinblick auf eine günstige Realisierung benutzt werden können.

2.2 Berechnung der Eingangsimpedanz bei gegebener Übertragungsfunktion

Für die Übertragungsfunktion

$$H(p) = \frac{U_2}{U_0} = \frac{e(p)}{a(p) + b(p) + c(p) + d(p)}$$

des Reaktanzzweiters in Bild 2.1 gilt folgender Satz:

Satz 2: Notwendig und hinreichend dafür, daß eine rationale reelle Funktion $H(p)$ als Spannungsverhältnis U_2/U_0 durch das Netzwerk in Bild 2.1 realisiert werden kann, sind die beiden folgenden Bedingungen.

- 1) Die Funktion $H(p)$ ist gegebenenfalls nach Erweiterung mit einem Hurwitzpolynom so darstellbar, daß ihr Zähler ein gerades oder ungerades Polynom und ihr Nenner ein Hurwitzpolynom ist.

2) Es gilt die Bedingung

$$H(j\omega)H(-j\omega) \leq 1/4 \quad (2.2)$$

für alle ω -Werte.

Ein Beweis des Satzes ist in /UN1/ zu finden.

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß die Übertragungsfunktion $H(p)$ gemäß Satz 2 mit einem Hurwitzpolynom so erweitert ist, daß $e(p)$ entweder ein gerades oder ungerades Polynom ist.

Ist $e(p)$ gerade, so gilt für die Polynome der Kettenmatrix gemäß Satz 1, daß $a(p)$ und $d(p)$ gerade, $b(p)$ und $c(p)$ ungerade sind.

Schreibt man die Übertragungsfunktion

$$H(p) = \frac{e(p)}{h(p)}$$

und bezeichnet mit $h_g(p)$ den geraden und mit $h_u(p)$ den ungeraden Teil des Hurwitzpolynoms $h(p)$, so gilt

$$h_g(p) = a(p) + d(p)$$

$$h_u(p) = b(p) + c(p).$$

Führt man ein noch zu bestimmendes Polynom $f(p)$, dessen geraden Teil $g(p)$ und dessen ungeraden Teil $u(p)$ ein, so läßt sich für die Polynome der Kettenmatrix

$$a(p) = \frac{1}{2} h_g(p) + \frac{1}{2} g(p) \quad (2.3a)$$

$$d(p) = \frac{1}{2} h_g(p) - \frac{1}{2} g(p) \quad (2.3b)$$

$$b(p) = \frac{1}{2} h_u(p) + \frac{1}{2} u(p) \quad (2.3c)$$

$$c(p) = \frac{1}{2} h_u(p) - \frac{1}{2} u(p) \quad (2.3d)$$

schreiben.

Die Funktion $f(p)$ kann nun aus der Determinantenbedingung Satz 1₂ bestimmt werden.

Aus

$$\frac{1}{4} [h_g^2(p) - g^2(p)] - \frac{1}{4} [h_u^2(p) - u^2(p)] = e^2(p)$$

ergibt sich

$$f(p)f(-p) = h(p)h(-p) - 4e^2(p)$$

oder, da $e(p)$ gerade ist:

$$f(p)f(-p) = h(p)h(-p) - 4e(p)e(-p) \quad (2.4)$$

Betrachtet man den Fall $e(p)$ ungerade, so sind nach Satz 1 die Polynome $a(p)$ und $d(p)$ ungerade, $b(p)$ sowie $c(p)$ gerade. Es gilt analog dem ersten Fall

$$h_g(p) = c(p) + b(p)$$

$$h_u(p) = a(p) + d(p).$$

Für die Polynome der Kettenmatrix ergibt sich:

$$a(p) = \frac{1}{2} h_u(p) + \frac{1}{2} u(p) \quad (2.5a)$$

$$d(p) = \frac{1}{2} h_u(p) - \frac{1}{2} u(p) \quad (2.5b)$$

$$b(p) = \frac{1}{2} h_g(p) + \frac{1}{2} g(p) \quad (2.5c)$$

$$c(p) = \frac{1}{2} h_g(p) - \frac{1}{2} g(p) \quad (2.5d)$$

Aus der Determinantenbedingung

$$\frac{1}{4} [h_u^2(p) - u^2(p)] - \frac{1}{4} [h_g^2(p) - g^2(p)] = e^2(p)$$

ergibt sich

$$f(p)f(-p) = h(p)h(-p) + 4e^2(p).$$

Da $e(p)$ ein ungerades Polynom ist, gilt auch hier der Zusammenhang

$$f(p)f(-p) = h(p)h(-p) - 4e(p)e(-p). \quad (2.4)$$

Durch Gl. (2.2) wird das Polynom $f(p)$ nicht eindeutig bestimmt. Es besteht die Wahlmöglichkeit bei der Faktorisierung des Ausdrucks $f(p)f(-p)$ bezüglich der Vorzeichen des Realteils aller Nullstellen außerhalb der imaginären Achse sowie des Vorzeichens des Polynoms $f(p)$ selbst. Die Nullstellen von $f(p)$ auf der imaginären Achse müssen immer von geradzahliger Vielfachheit sein, so daß die Nullstellen mit der halben Vielfachheit jeweils $f(p)$ und $f(-p)$ zugeschlagen werden können.

Für $p = j\omega$ läßt sich Gl. (2.4) in der Form

$$f(j\omega)f(-j\omega) = |h(j\omega)|^2 - 4|e(j\omega)|^2$$

schreiben. Die notwendige Bedingung, daß

$$f(j\omega)f(-j\omega) = |f(j\omega)|^2 \geq 0$$

gilt, ist daß

$$|h(j\omega)|^2 \geq 4|e(j\omega)|^2$$

bzw.

$$\left| \frac{e(j\omega)}{h(j\omega)} \right|^2 = |H(j\omega)|^2 \leq \frac{1}{4}$$

auf der gesamten ω -Achse erfüllt ist, was nach Satz 2 sichergestellt ist.

Als Eingangsimpedanz des gesuchten Netzwerks ergibt sich aus Gl. (2.1) mit den Gln. (2.3) bzw. (2.5)

$$z(p) = \frac{h(p) + f(p)}{h(p) - f(p)} . \quad (2.6)$$

Besteht die Syntheseaufgabe darin, ein Netzwerk zu finden, dessen Betragsfrequenzgang ein vorgeschriebenes Toleranzschema einhält, wie es bei Filterforderungen der Fall ist, so verwendet man zur Approximation zweckmäßigerweise die charakteristische Funktion

$$K(p) = \frac{f(p)}{e(p)} . \quad (2.7)$$

Mit der Übertragungsfunktion ist sie durch die Beziehung

$$H(p)H(-p) = \frac{1}{K(p)K(-p) + 4} \quad (2.8)$$

verknüpft. Das Nennerpolynom $e(p)$ von $K(p)$ muß gemäß Satz 2 ein gerades oder ungerades Polynom sein, das Zählerpolynom unterliegt keinen Einschränkungen. Bei der Approximation sind deshalb keine zusätzlichen Nebenbedingungen zu berücksichtigen /HO1/. Aus $K(p)$ läßt sich gemäß Gl. (2.7) und (2.8) das Nennerpolynom $h(p)$ der Übertragungsfunktion $H(p)$ ermitteln.

$$h(p)h(-p) = 4e(p)e(-p) - f(p)f(-p) . \quad (2.9)$$

Die Faktorisierung des Ausdrucks $h(p)h(-p)$ ist stets eindeutig aufgrund der Hurwitzeigenschaft von $H(p)$.

Da $K(p)$ lediglich einer Betragsforderung genügen muß, besteht auch hier die Wahlmöglichkeit bezüglich der Vorzeichen des Realteils bei den Nullstellen von $f(p)$ außerhalb der imaginären Achse sowie des Vorzeichens von $f(p)$. Die Eingangsimpedanz des gesuchten Netzwerks

$$z(p) = \frac{h(p) + f(p)}{h(p) - f(p)}$$

ist somit auch hier im allgemeinen nicht eindeutig bestimmt, so daß aus einem Satz von alternativen Realisierungsmöglichkeiten die günstigste ausgewählt werden kann.

2.3 Sätze über Zweipolfunktionen

Im folgenden wird von bestimmten Eigenschaften von Zweipolfunktionen Gebrauch gemacht. In den Sätzen 3 bis 5 sind diese Eigenschaften dargelegt. Der Beweis der Sätze ist in /UN1/ zu finden.

Satz 3: Die Impedanz oder Admittanz eines jeden RLCü-Zweipols ist eine Zweipolfunktion, d. h. eine rationale reelle (für reelle p reellwertige) und positive (für $\operatorname{Re} p > 0$ einen positiven Realteil aufweisende) Funktion. Solche Funktionen $Z(p)$ besitzen folgende Eigenschaften:

- a) Es gilt $\operatorname{Re} Z(j\omega) \geq 0$ für alle ω -Werte, für die $Z(j\omega)$ endlich ist.
- b) Die Funktion $Z(p)$ hat in der offenen rechten Halbebene weder Nullstellen noch Pole.
- c) Die Funktion $Z(p)$ hat auf der imaginären Achse (einschließlich $p = \infty$) nur einfache Nullstellen und einfache Pole mit positiv reellen Entwicklungskoeffizienten, sofern dort überhaupt Nullstellen bzw. Pole auftreten.

Satz 4: Notwendig und hinreichend dafür, daß eine rationale reelle Funktion $Z(p)$ positiv, also eine Zweipolfunktion ist, sind die folgenden Bedingungen:

- a) Es gilt $\operatorname{Re} Z(j\omega) \geq 0$ für alle ω -Werte, für welche $Z(j\omega)$ endlich ist.
- b) $Z(p)$ hat in der offenen rechten Halbebene $\operatorname{Re} p > 0$ keine Pole.

- c) Alle Pole von $Z(p)$ auf der imaginären Achse (einschließlich $p = \infty$) sind einfach und weisen positive Entwicklungskoeffizienten auf.

Satz_5: Notwendig und hinreichend dafür, daß eine rationale reelle Funktion $Z(p)$ positiv, also eine Zweipolfunktion ist, sind folgende Bedingungen:

- a) Es gilt $\operatorname{Re} Z(j\omega) \geq 0$ für alle ω -Werte, für welche $Z(j\omega)$ endlich ist.
- b) $Z(p)$ hat in der offenen rechten Halbebene $\operatorname{Re} p > 0$ keine Nullstellen.
- c) Alle Nullstellen von $Z(p)$ auf der imaginären Achse (einschließlich $p = \infty$) sind einfach und weisen positive Entwicklungskoeffizienten auf.

2.4 Realisierung der Eingangsimpedanz

Das Verfahren zur Reaktanzzweitorsynthese beruht auf der Realisierung der Betriebseingangsimpedanz durch ein Reaktanzzweitor, das in Ohmwiderstände eingebettet ist (Bild 2.1).

Die Synthese der Eingangsimpedanz erfolgt durch sukzessives Abspalten von Teilfunktionen mit Reaktanzcharakter, bis die verbleibende Restfunktion den Grad Null erreicht hat. Dieser Abspaltprozeß wird an bestimmten Frequenzpunkten - den Entwicklungsstellen - durchgeführt. Als Entwicklungsstellen müssen alle Pole der Kettenmatrix bzw. alle Nullstellen der Übertragungsfunktion im abgeschlossenen ersten Quadranten einschließlich den im Unendlichen liegenden benutzt werden. Die Entwicklungsstellen lassen sich nach ihren Eigenschaften in drei Gruppen einteilen.

2.4.1 Abspaltung einer Entwicklungsstelle erster Art

Eine Entwicklungsstelle erster Art ist jeder Pol und jede Nullstelle¹⁾ der Eingangsimpedanz $Z(p)$ auf der positiven imaginären Achse einschließlich den Punkten Null und Unendlich.

Es können sich bei der Realisierung einer Entwicklungsstelle erster Art folgende Fälle ergeben:

Polstelle bei Null:

$$Z_R(p) = Z(p) - \frac{1}{Cp}$$

mit

$$C = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p} > 0$$

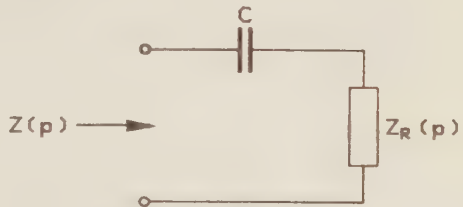


Bild 2.2: Polstelle von $Z(p)$ bei Null

Polstelle im Unendlichen:

$$Z_R(p) = Z(p) - Lp$$

mit

$$L = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p} > 0$$

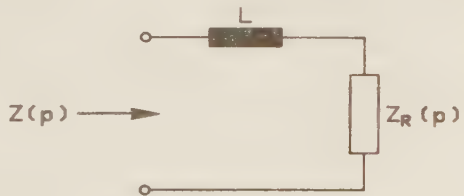


Bild 2.3: Polstelle von $Z(p)$ im Unendlichen

¹⁾ Es sei darauf hingewiesen, daß die Einteilung der Entwicklungsstellen hier anders erfolgt als bei R. UNBEHAUEN /UN1/; dort werden die Nullstellen von $Z(p)$ auf der imaginären Achse den Entwicklungsstellen zweiter Art zugerechnet.

Polstelle auf der imaginären Achse bei

$$p_v = j\omega_v$$

$$z_R(p) = z(p) - \frac{p/C}{p^2 + \omega_v^2}$$

mit

$$C = \frac{1}{2 \lim_{p=j\omega_v} z(p) (p-j\omega_v)} > 0$$

$$L = \frac{1}{\omega_v^2 C} > 0$$

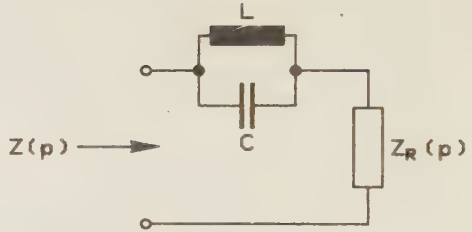


Bild 2.4: Polstelle von $Z(p)$ auf der imaginären Achse

Nullstelle bei Null:

$$z_R(p) = \frac{1}{\frac{1}{z(p)} - \frac{1}{Lp}}$$

mit

$$L = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{z(p)}{p} > 0$$

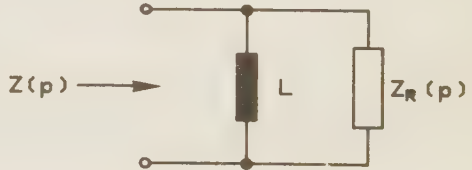


Bild 2.5: Nullstelle von $Z(p)$ bei Null

Nullstelle im Unendlichen:

$$z_R(p) = \frac{1}{\frac{1}{z(p)} - Cp}$$

mit

$$C = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{z(p)p} > 0$$

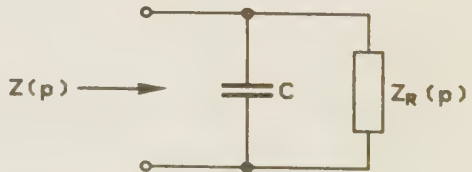


Bild 2.6: Nullstelle von $Z(p)$ im Unendlichen

Nullstelle auf der imaginären Achse bei $p_v = j\omega_v$

$$z_R(p) = \frac{1}{\frac{1}{z(p)} - \frac{p/L}{p^2 + \omega_v^2}}$$

mit

$$L = \frac{1}{2} \lim_{p=j\omega_v} \frac{z(p)}{p-j\omega_v} > 0$$

und

$$C = \frac{1}{\omega_v^2 L} > 0$$

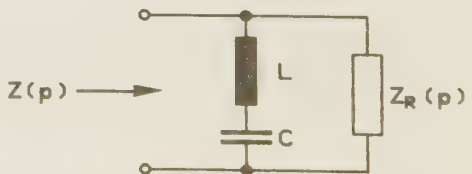


Bild 2.7: Nullstelle von $Z(p)$ auf der imaginären Achse

In allen Fällen ist $Z_R(p)$ Zweipolfunktion, wenn $Z(p)$ eine Zweipolfunktion war. Der Grad von $Z_R(p)$ ist beim Abbau einer Entwicklungsstelle bei Null oder Unendlich um Eins geringer als der von $Z(p)$, beim Abbau einer Entwicklungsstelle auf der imaginären Achse $p_v = j\omega_v$ um Zwei.

2.4.2 Entwicklungsstellen zweiter Art

Jede Nullstelle $p_v = \sigma_v + j\omega_v$ des geraden Teils von $Z(p)$

$$G(p) = 1/2 [Z(p) + Z(-p)]$$

im abgeschlossenen ersten Quadranten ($\sigma_v \geq 0, \omega_v \geq 0$), die nicht Entwicklungsstelle erster Art ist, ist Entwicklungsstelle zweiter Art. Wie man sich leicht überzeugen kann, besitzt auch der gerade Teil der Admittanz $Y(p) = 1/Z(p)$ dort eine Nullstelle. Durch Abspalten einer ungeraden Funktion $r(p)$ mit $r(p_v) = Z(p_v)$ bzw. $r(p_v) = Y(p_v)$ läßt sich eine Nullstelle der Restfunktion $Z(p) - r(p)$ bzw. $Y(p) - r(p)$ an der Entwicklungsstelle p_v erzeugen. Hierbei wird $r(p)$ möglichst gradniedrig, d. h. für $p_v = \sigma_v$ oder $p_v = j\omega_v$ am Rand des ersten Quadranten vom Grad Eins, für $p_v = \sigma_v + j\omega_v$ im Innern des ersten Quadranten vom Grad Zwei gewählt.

2.4.2.1 Abbau einer Entwicklungsstelle zweiter Art auf der imaginären Achse

Da der gerade Teil von $Z(p)$ an der Stelle $p_v = j\omega_v$ eine Nullstelle besitzt, ist $Z(j\omega_v)$ rein imaginär. Durch das Abspalten von

$$r(p) = L_1 p \quad \text{mit} \quad L_1 = \frac{Z(j\omega_v)}{j\omega_v}$$

wird eine Nullstelle der Funktion

$$Z_1(p) = Z(p) - r(p)$$

an der Stelle $p = j\omega_v$ erzeugt. Da sowohl $Z(p)$ als auch $r(p)$ reelle Funktionen sind, d. h. reellwertig für p reell, besitzt $Z_1(p)$ auch an der Stelle $p_v^* = j\omega_v$ eine Nullstelle. $Z_1(p)$ ist nicht notwendig Zweipolfunktion, hat aber bis auf einen möglicherweise negativen Entwicklungskoeffizienten im Unendlichen alle Eigenschaften einer Zweipolfunktion gemäß Satz 4. Es wird nun die ungerade Funktion

$$s(p) = \frac{p/L_2}{p^2 + \omega_v^2}$$

mit

$$L_2 = \frac{1}{2} \left. \frac{d Z_1(p)}{d p} \right|_{p=j\omega_v} > 0$$

gebildet. Mit ihr lassen sich die bei $j\omega_v$ und $-j\omega_v$ erzeugten Polstellen abspalten. Es ergibt sich

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \frac{1}{Z_1(p)} - s(p)$$

In einem dritten Schritt wird die Restfunktion

$$Z_R(p) = Z_2(p) - L_3 p$$

mit

$$L_3 = \frac{-L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

gebildet. Man erhält die Schaltungsstruktur wie in Bild 2.8a dargestellt. Durch die besondere Wahl von L_3 kann der Induktivitätsstern L_1, L_2, L_3 zu einem festgekoppelten Übertrager, Bild 2.8b, zusammengefaßt werden.

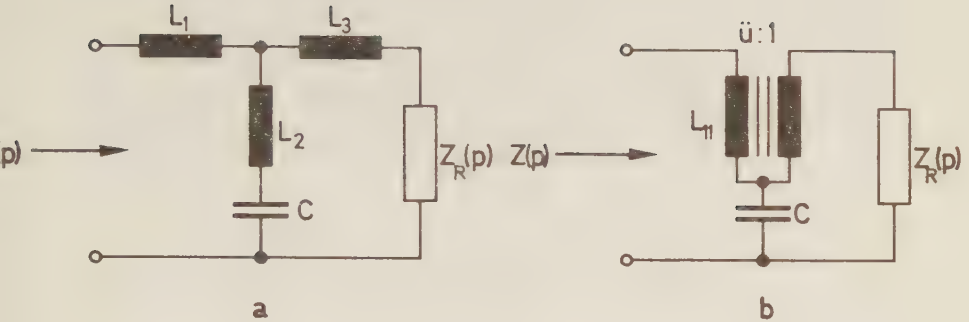


Bild 2.8: Realisierung einer Entwicklungsstelle zweiter Art auf der imaginären oder reellen Achse

Dieses Vorgehen entspricht dem Brune-Verfahren. Es läßt sich zeigen, daß $Z_R(p)$ eine Zweipolfunktion ist, deren Grad um zwei niedriger als der von $Z(p)$ ist /UN1/. Das erzeugte Netzwerk (Bild 2.8b) ist somit kanonisch. Auf nichtkanonische, aber kopplungsfreie Realisierungen wird in Abschnitt 3 und 4 eingegangen.

2.4.2.2 Abbau einer Entwicklungsstelle zweiter Art auf der reellen Achse

Da $Z(p)$ eine reelle Funktion in p ist, ist $Z(p_v)$ für $p_v = \sigma_v > 0$ reell und, da $Z(p)$ Zweipolfunktion ist, auch positiv. Durch das Abspalten von

$$r(p) = L_1 p \quad \text{mit} \quad L_1 = \frac{Z(\sigma_v)}{\sigma_v} > 0$$

wird bei der Funktion

$$Z_1(p) = Z(p) - r(p)$$

eine Nullstelle bei $p_v = \sigma_v$ erzeugt. Da der gerade Teil von $Z(p)$ an der Stelle σ_v eine Nullstelle besitzt und $r(p)$ eine ungerade Funktion ist, gilt $Z(-\sigma_v) = -Z(\sigma_v)$ und $r(-\sigma_v) = -r(\sigma_v)$, so daß $Z_1(p)$ auch an der Stelle $-\sigma_v$ eine Nullstelle besitzt. Die Entwicklungskoeffizienten an den Stellen σ_v und $-\sigma_v$ stimmen jedoch nur dann überein, wenn $G(p)$ bei σ_v und dann auch bei $-\sigma_v$ eine mehrfache Nullstelle besitzt. Bildet man mit

$$L_2 = \left. \frac{1}{2} \frac{d Z_1(p)}{d p} \right|_{p=\sigma_v} < 0$$

und

$$s(p) = \frac{p/L_2}{p^2 - \sigma_v^2}$$

die Funktion

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \frac{1}{Z_1(p)} - s(p),$$

so wird zwar die Polstelle bei σ_v von $1/Z_1(p)$ völlig abgebaut, bei der Polstelle bei $-\sigma_v$ jedoch im allgemeinen nur der Entwicklungskoeffizient verändert. Mit

$$L_3 = \frac{-L_1 L_2}{L_1 + L_2} > 0$$

wird im dritten Schritt wieder ein Induktivitätsstern erzeugt, der zu einem festgekoppelten Übertrager zusammengefaßt werden kann (Bild 2.8). Die Restfunktion

$$Z_R(p) = Z_2(p) - L_3 p$$

ist wiederum Zweipolfunktion. Die Gradreduktion kann hierbei Eins oder Zwei betragen. Die Abspaltung einer Entwicklungsstelle zweiter Art auf der reellen Achse ist im allgemeinen nicht kanonisch bezüglich der Eingangsimpedanz. Hierzu sei bemerkt, daß eine kanonische Realisierung der Übertragungsfunktion vorliegt, wenn diese gemäß Satz 2 ein gerades oder ungerades Zählerpolynom besitzt.

2.4.2.3 Abbau einer Entwicklungsstelle zweiter Art im Innern des ersten Quadranten

Der Wert von $Z(p_v)$ für $p_v = \sigma_v + j\omega_v$, $\sigma_v > 0, \omega_v > 0$ ist komplex. Es läßt sich durch Abspalten eines Reihenschwingkreises im Längszweig eine Nullstelle der Funktion

$$Z_1(p) = Z(p) - r(p)$$

an der Stelle $p_v = \sigma_v + j\omega_v$ erzeugen. Die Funktion

$$r(p) = L_1 p + \frac{1}{C_1 p}$$

wird so gewählt, daß

$$Z(p_v) = L_1 p_v + \frac{1}{C_1 p_v}$$

gilt. Es läßt sich zeigen, daß die Größen

$$L_1 = \frac{1}{2\sigma_v \omega_v} [\omega_v \operatorname{Re} Z(p_v) + \sigma_v \operatorname{Im} Z(p_v)]$$

$$C_1 = \frac{2}{\sigma_v^2 + \omega_v^2} / [\omega_v \operatorname{Re} Z(p_v) - \sigma_v \operatorname{Im} Z(p_v)]$$

stets positiv sind /UN1/.

Da nach Voraussetzung der gerade Teil von $Z(p)$ an der Stelle p_v eine Nullstelle besitzt, gilt $Z(-p_v) = -Z(p_v)$. Mit $r(-p_v) = -r(p_v)$ folgt, daß die Funktion $Z_1(p)$ bei p_v und $-p_v$ Nullstellen und, da sowohl $Z(p)$ und $r(p)$ reelle Funktionen in p sind, auch bei p_v^* und $-p_v^*$ Nullstellen hat. Die Differentialquotienten $dZ_1(p)/dp$ sind an den Stellen p_v und p_v^* bzw. $-p_v$ und $-p_v^*$ konjugiert komplex zueinander und stimmen an den Stellen p_v und $-p_v$ bzw. p_v^* und $-p_v^*$ nur dann überein, wenn der gerade Teil von $Z(p)$ dort mehrfache Nullstellen besitzt.

Mit der komplexen Induktivität

$$L = \frac{1}{2} \left. \frac{d Z_1(p)}{dp} \right|_{p=p_v}$$

wird die Funktion

$$s(p) = \frac{p/L}{p^2 - p_v^2} + \frac{p/L^*}{p^2 - p_v^{*2}}$$

gebildet, die formal der Admittanz in Bild 2.9a entspricht.

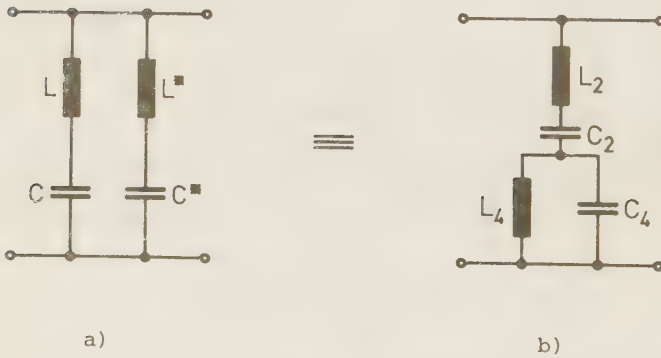


Bild 2.9: Äquivalente Netzwerke

Das Netzwerk Bild 2.9a kann in eine äquivalente Struktur umgeformt werden, die aus reellen, jedoch zum Teil negativen Elementen besteht.

Mit den Abkürzungen

$$K = \frac{L L^*}{L + L^*} \quad \text{und} \quad \lambda = \sqrt{K} \left\{ \frac{p_v^{*2}}{L} + \frac{p_v^2}{L^*} \right\}$$

ergibt sich

$$L_2 = K \quad ; \quad C_2 = \frac{-\lambda^2}{K|p_v|^4}$$

$$C_4 = \frac{\lambda^2}{K(\lambda^2 - p_v^2)(\lambda^2 - p_v^{*2})} \quad ; \quad L_4 = \frac{-1}{\lambda^2 C_4}$$

Hierbei sind C_2 und L_2 stets negativ, C_4 und L_4 stets positiv /UN1/.

Bei der Funktion

$$\frac{1}{z_2(p)} = \frac{1}{z_1(p)} - g(p)$$

werden die Polstellen bei p_v und p_v^* vollständig entfernt, an den Polen bei $-p_v$ und $-p_v^*$ im allgemeinen lediglich der Entwicklungskoeffizient verändert. Ein Vollabbau findet dort nur statt, wenn der gerade Teil $G(p)$ eine mehrfache Nullstelle bei p_v besitzt. Ist dies der Fall, so ergibt sich eine Gradreduktion um Vier, sonst lediglich um Zwei.

Mit

$$L_3 = \frac{-L_1 L_2}{L_1 + L_2} > 0 \quad \text{und} \quad C_3 = -(C_2 + C_3) > 0$$

wird im dritten Schritt die Restfunktion

$$z_R(p) = z_2(p) - (L_3 p + \frac{1}{C_3 p})$$

gebildet. Sie besitzt wieder alle Eigenschaften einer Zweipolfunktion. Das entstandene Netzwerk in Bild 2.10a lässt sich in ein äquivalentes Netzwerk mit festgekoppelten Übertragern gemäß Bild 2.10b überführen.

Es ergibt sich hierbei eine realisierbare Schaltung, wobei ein am Ausgang entstehender idealer Übertrager in die Abschlussimpedanz einbezogen werden kann.

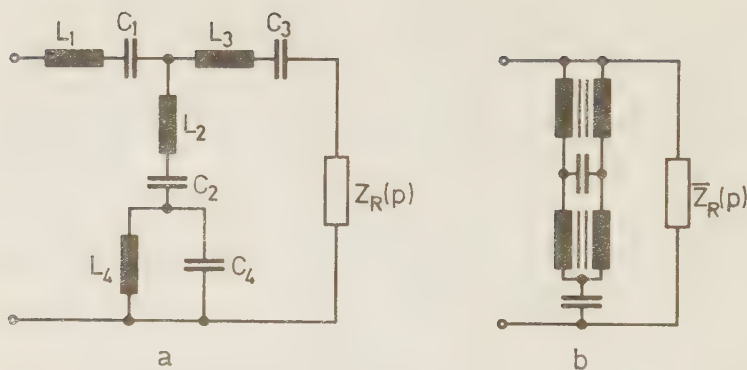


Bild 2.10: Realisierung einer Entwicklungsstelle im Innern des ersten Quadranten

2.4.3 Entwicklungsstellen dritter Art

Alle Punkte $p_v = \sigma_v + j\omega_v$; $\sigma_v > 0$; $\omega_v \geq 0$, die nicht Entwicklungsstellen zweiter Art sind, sind Entwicklungsstellen dritter Art. An Entwicklungsstellen dritter Art besitzt der gerade Teil $G(p)$ keine Nullstelle. Der Abbauprozess wird wie bei Entwicklungsstellen zweiter Art durchgeführt. Die Funktion $Z_1(p)$ besitzt jedoch an den Stellen $-p_v$ und $-p_v^*$ keine Nullstellen. Beim Übergang von $Z_1(p)$ zu $Z_2(p)$ erfolgt deshalb keine Gradreduktion. Entwicklungsstellen dritter Art treten bei der Realisierung allpaßhaltiger Übertragungsfunktionen auf.

3. KOPPLUNGSFREIE NICHTKANONISCHE REALISIERUNGEN

Mit dem im Abschnitt 2 beschriebenen Verfahren läßt sich jede gemäß Satz 1 zulässige Kettenmatrix eines Reaktanzzweiters und jede gemäß Satz 2 zulässige Übertragungsfunktion durch ein in Ohmwidestände eingebettetes Reaktanzzweitor mit durchgehender Erdverbindung realisieren. Hierbei treten im allgemeinen festgekoppelte Übertrager auf, die zur Realisierung von negativen Elementen benötigt werden. Man kann versuchen, diese negativen Elemente auf andere Art und Weise zu beseitigen. Hierzu sorgt man dafür, daß in Reihe zu jedem negativen Element, das sich im Längsweig befindet, ein gleichartiges positives Element liegt und daß parallel zu jedem negativen Element, das sich in einem Querweig befindet, ein gleichartiges positives Element liegt. Durch die Verschmelzung der positiven und negativen Elemente kann versucht werden, das negative Element zu kompensieren /UN1/. Um Elemente an die gewünschte Stelle im Netzwerk zu bringen, kann man sich der NORTON-Transformation sowie der Stern-Dreiecksumformung bedienen. Dieses Vorgehen beruht vorwiegend auf einem "Try and Error"-Verfahren. Mit etwas Erfahrung kann man bei einfachen Problemen, zum Beispiel Filtern mit nur einem Durchlaßbereich, häufig zu brauchbaren Ergebnissen gelangen. Dieses empirische Vorgehen wird vom implementierten Filterentwurfssystem durch den dialogorientierten Programmodul ATZT /JU2/ an einem interaktiven graphischen Arbeitsplatz unterstützt.

Häufig führt der Versuch, auf die oben genannte Weise zu einer kopplungsfreien Realisierung zu gelangen, insbesondere bei Problemen höheren Grads, nicht zum Ziel.

3.1 Kopplungsfreie Durchführung eines Entwicklungsschritts

Zur kopplungsfreien Realisierung von Reaktanzzweitoren dürfen notwendigerweise nur Entwicklungsstellen erster Art und Entwicklungsstellen zweiter Art auf der imaginären Achse benutzt

werden. Die Abspaltung von Entwicklungsstellen erster Art kann immer kanonisch und kopplungsfrei erfolgen. Bei der Benutzung von Entwicklungsstellen zweiter Art entstehen negative Elemente, die eine Kopplung erforderlich machen, dadurch, daß nach Durchführung des ersten Teilzyklus (vgl. Abschn. 2) keine Zweipolfunktion mehr vorliegt und die Zweipoleigenschaft durch Abspalten eines negativen Elements (entspricht dem Hinzufügen eines positiven) wieder hergestellt werden muß. Ebenso kann bereits zur Durchführung des ersten Teilschritts ein negatives Element erforderlich sein. Eine kopplungsfreie Realisierung läßt sich nur erzielen, wenn die Reihenfolge der Abspaltung so gewählt werden kann, daß zum ersten Teilzyklus jeweils nur positive Elemente benötigt werden und beim ersten Teilzyklus jedes Abbauschritts als Restfunktion Zweipolfunktionen entstehen.

Der erste Teilzyklus besteht aus einer partiellen Abspaltung einer Entwicklungsstelle erster Art. Der Anteil dieser Vorabspaltung wird so bestimmt, daß die abzubauen-~~ende~~ Entwicklungsstelle zweiter Art der Impedanz $Z(p)$ zu einer Entwicklungsstelle erster Art der Impedanz $Z_1(p)$ wird. Notwendig und hinreichend für die kopplungsfreie Realisierung einer Entwicklungsstelle zweiter Art ist:

- 1) Die im ersten Teilzyklus verwendete Funktion $r(p)$ muß Zweipolfunktion sein.
- 2) Die verbleibende Restfunktion nach dem ersten Teilzyklus muß Zweipolfunktion sein.

Die Funktion $r(p)$ besteht stets aus einer Reaktanz oder der Zusammenschaltung mehrerer Reaktanzen. Ihre Zweipoleigenschaft ist dann gewährleistet, wenn die Bauelemente positive Werte besitzen.

Überprüft man die Zweipoleigenschaft der Restfunktion

$$Z_1(p) = Z(p) - r(p)$$

bzw.

$$\frac{1}{Z_1(p)} = \frac{1}{Z(p)} - \frac{1}{r(p)}$$

je nachdem, ob bei der Vorabspaltung ein Pol oder eine Nullstelle von $Z(p)$ benutzt wird, anhand von Satz 4 bzw. Satz 5, so ist die Bedingung a)

$$\operatorname{Re} Z_1(j\omega) \geq 0$$

erfüllt, da $r(p)$ eine ungerade Funktion von p ist, und damit für $p = j\omega$ rein imaginär ist und somit keinen Beitrag zum Realteil liefert.

Die Bedingung b) von Satz 4 bzw. Satz 5 ist ebenso erfüllt, da die Funktion $r(p)$ nur dort eine Polstelle bzw. eine Nullstelle besitzt, wo bei $Z(p)$ bereits eine solche vorhanden war. Die Funktion $Z_1(p)$ hat somit die gleichen Polstellen bzw. Nullstellen wie $Z(p)$. Der Entwicklungskoeffizient der Pol- bzw. Nullstelle, die in $r(p)$ enthalten ist, wird jedoch verändert. Es muß deshalb die Bedingung c) von Satz 4 bzw. Satz 5, die Positivität des Entwicklungskoeffizienten, beachtet werden. Die Restfunktion eines kopplungsfrei durchgeführten Entwicklungsschrittes bleibt genau dann Zweipolfunktion, wenn der Entwicklungskoeffizient der zur Teilabspaltung verwendeten Entwicklungsstelle erster Art positiv bleibt. Der Vollabbau der so aus einer Entwicklungsstelle zweiter Art hervorgegangenen Pol- bzw. Nullstelle führt immer zu einer Restfunktion, die Zweipolfunktion ist.

3.2 Netzwerkstrukturen bei der Durchführung eines kopplungsfreien Entwicklungsschrittes

Je nach Typ der für die Vorabsplattung verwendeten Entwicklungsstelle erster Art ergeben sich die folgenden Netzwerke.

3.2.1 Verwendung einer Entwicklungsstelle erster Art ungleich Null und Unendlich

Wird eine Entwicklungsstelle erster Art $p_k = j\omega_k$, die Nullstelle der Eingangsimpedanz ist, benutzt, um eine Entwicklungsstelle zweiter Art $p_o = j\omega_o$ auf der imaginären Achse abzubauen, ergibt sich das Netzwerk in Bild 3.1a. Ist die Entwicklungsstelle erster Art $p_k = j\omega_k$ Polstelle der Eingangsimpedanz, so entsteht die Schaltung in Bild 3.1b.

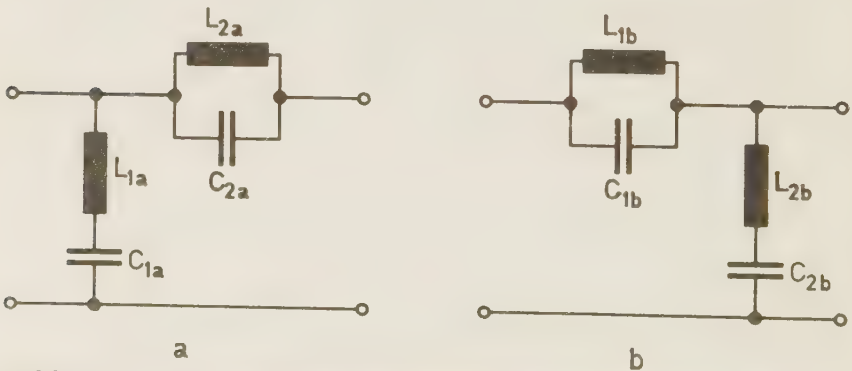


Bild 3.1: Kopplungsfreie Realisierung durch Teilabbau einer Entwicklungsstelle erster Art auf der imaginären Achse

$$L_{1a} = \frac{j\omega_o}{z(j\omega_o)(\omega_k^2 - \omega_o^2)}$$

$$C_{1a} = \frac{1}{L_{1a}\omega_k^2}$$

$$L_{1b} = \frac{j\omega_o}{z(j\omega_o)(\omega_k^2 - \omega_o^2)}$$

$$C_{1b} = \frac{1}{L_{1b}\omega_k^2}$$

Diese Abbaustrukturen (Bild 3.1) sind kaum anwendbar, da, von Sonderfällen abgesehen, Entwicklungsstellen erster Art bei $p_K = j\omega_K$, $\omega_K \neq 0$, $\omega_K \neq \infty$ bei Durchführung eines Abbau-schritts mit Entwicklungsstellen nicht gleichen Typs in Entwicklungsstellen zweiter Art übergehen. Darüber hinaus besitzen Schaltungen dieser Art aufgrund ihrer hohen Nichtkanonizität - es werden vier Energiespeicher zu einer Gradreduktion von Zwei benötigt - kaum praktische Bedeutung. Sie sind hier deshalb der Vollständigkeit halber genannt, werden aber in die folgenden Überlegungen nicht mit einbezogen.

3.2.2 Verwendung von Entwicklungsstellen erster Art bei Null oder Unendlich

Im folgenden werden die möglichen Netzwerkstrukturen dargestellt, die sich bei der kopplungsfreien Realisierung einer Entwicklungsstelle zweiter Art $p_0 = j\omega_0$ auf der imaginären Achse ergeben, wenn zur Vorabspaltung eine Entwicklungsstelle erster Art bei Null oder im Unendlichen verwendet wird. Dabei werden die Bedingungen angegeben, die die Zweipolfunktion $Z(p)$ erfüllen muß, damit ein kopplungsfreier Abspaltschritt durchführbar ist, d. h., daß alle entstehenden Schaltelemente positiv sind und die Restfunktion $Z_R(p)$ ebenfalls Zweipolfunktion ist.

Verwendung einer Nullstelle bei Null zum Abbau der Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$

Bedingungen:

$$\frac{Z(j\omega_0)}{j\omega_0} > 0 \quad (3.1) \quad \text{Im } Z(j\omega_0) > 0$$

$$\frac{Z(j\omega_0)}{j\omega_0} \geq \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p} \quad (3.2)$$

Strukturtyp LP:

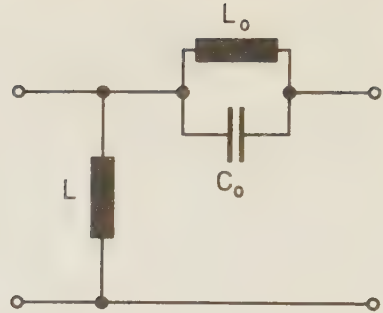


Bild 3.2: Teilabbau einer Nullstelle bei Null

mit

$$L = \frac{Z(j\omega_o)}{j\omega_o} \quad L_o = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{Z^2(j\omega_o)} \cdot \frac{dZ(p)}{dp} \Big|_{p=j\omega_o} - \frac{1}{L\omega_o^2} \right)$$

$$C_o = \frac{1}{\omega_o^2 L_o}$$

Restfunktion:

$$Z_R(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - \frac{1}{Lj\omega}} - \frac{\frac{j\omega}{L_o}}{\omega_o^2 - \omega^2} \quad (3.3)$$

Verwendung einer Polstelle bei Null zum Abbau der Entwicklungsstelle $p_o = j\omega_o$

Bedingungen:

$$Z(j\omega_o)j\omega_o > 0 \quad (3.4) \quad \text{Im } Z(j\omega_o) < 0$$

$$Z(j\omega_o)j\omega_o \leq \lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p \quad (3.5)$$

Strukturtyp CS:

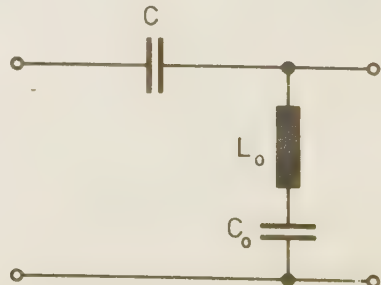


Bild 3.3: Teilabbau einer Polstelle bei Null

mit

$$C = \frac{1}{Z(j\omega_0)j\omega_0}$$

$$L_0 = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega_0} - \frac{1}{C\omega_0^2} \right)$$

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0^2 L_0}$$

Restfunktion:

$$Z_R(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega) - \frac{1}{Cj\omega}} - \frac{j\omega/L_0}{\omega_0^2 - \omega^2}} \quad (3.6)$$

Verwendung einer Nullstelle bei Unendlich zum Abbau der Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$

Bedingungen:

$$Z(j\omega_0)j\omega_0 > 0 \quad (3.7) \quad \text{Im } Z(j\omega_0) < 0$$

$$Z(j\omega_0)j\omega_0 > \lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p \quad (3.8)$$

Strukturtyp: CP

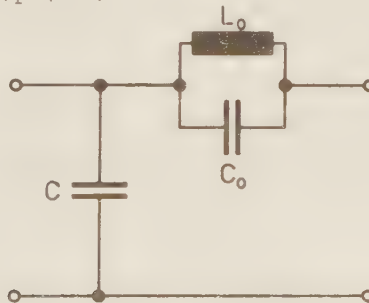


Bild 3.4: Teilabbau einer Nullstelle im Unendlichen

mit

$$C = \frac{1}{Z(j\omega_0)j\omega_0}$$

$$L_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{Z^2(j\omega_0)} \cdot \left. \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega_0} - C \right)$$

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0^2 L_0}$$

Restfunktion:

$$Z_R(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - Cj\omega} - \frac{j\omega/L_O}{\omega_O^2 - \omega^2} \quad (3.9)$$

Verwendung eines Pols bei Unendlich zum Abbau der Entwicklungsstelle $p_O = j\omega_O$

Bedingungen:

$$\frac{Z(j\omega_O)}{j\omega_O} > 0 \quad (3.10) \quad \text{Im } Z(j\omega_O) > 0$$

$$\frac{Z(j\omega_O)}{j\omega_O} < \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p} \quad (3.11)$$

Strukturtyp: LS

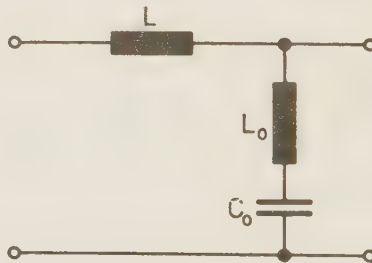


Bild 3.5: Teilabbau einer Polstelle im Unendlichen

mit

$$L = \frac{Z(j\omega_O)}{j\omega_O} \quad L_O = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega_O} - L \right)$$

$$C_O = \frac{1}{\omega_O^2 L_O}$$

Restfunktion

$$Z_R(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - Lj\omega} - \frac{j\omega/L_O}{\omega_O^2 - \omega^2} \quad (3.12)$$

3.3 Eindeutigkeit der Abbaustrukturen

Steht lediglich eine Entwicklungsstelle erster Art entweder nur bei Null oder nur im Unendlichen zum Vorabspalten zur Verfügung, so kann aufgrund der vorangegangenen Bedingungen der jeweils einzig mögliche Strukturtyp bestimmt sowie eine Überprüfung der noch zu realisierenden Entwicklungsstellen zweiter Art auf ihre kopplungsfreie Realisierbarkeit bei jedem Abbau-schritt durchgeführt werden. Können sowohl bei Null als auch im Unendlichen Entwicklungsstellen erster Art zur Vorabspaltung benutzt werden, so hat es den Anschein, als ob Alternativen bezüglich der Wahl des Strukturtyps, d.h. der Vorabspaltung bei der Abspaltung einer Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$, gegeben wären.

Bei allen bekannten Syntheseprogrammen muß neben der Abspaltreihenfolge die Struktur der zu realisierenden Schaltung angegeben werden, um zu einer kopplungsfreien Realisierung zu gelangen /TH1, WE3, NO1/. Die Information, die der Anwender solcher Programme einbringen muß, ist also nicht wesentlich geringer als beim direkten rechnergestützten Entwurf mit Hilfe von Optimierverfahren.

Die Stärke der hier verwendeten Methode liegt darin, daß aufgrund der übersichtlichen Algorithmen des Abspaltprozesses Aussagen über mögliche Realisierungsstrukturen abgeleitet werden können. So gilt der folgende Eindeutigkeitssatz:

Satz 6: Werden zur kopplungsfreien Realisierung einer Zweipolfunktion Entwicklungsstellen zweiter Art auf der imaginären Achse unter Zuhilfenahme von Entwicklungsstellen erster Art bei Null oder im Unendlichen benutzt, so gilt für jeden Entwicklungsschritt, daß eine Entwicklungsstelle entweder nicht verwendet oder eindeutig nur durch Vorabspaltung bei Null oder Unendlich kopplungsfrei realisiert werden kann. D.h., es kann ausgeschlossen werden, daß eine Wahlmöglichkeit bezüglich der Vorabspaltung besteht.

Bei Auftreten von nur einer Entwicklungsstelle erster Art bei Null oder im Unendlichen ist die obige Aussage evident. Existieren Entwicklungsstellen erster Art sowohl bei Null als auch im Unendlichen, so müssen zum Beweis von Satz 6 die möglichen Kombinationen untersucht werden.

3.3.1 Nullstelle bei Null und Nullstelle im Unendlichen

Benutzt man zur Realisierung einer Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$ die Teilabspaltung einer Nullstelle bei Null, so entsteht die Netzwerkstruktur Bild 3.6a.

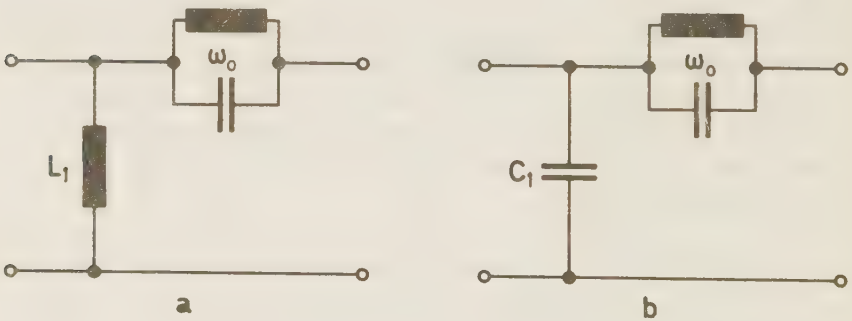


Bild 3.6: Netzwerkstrukturen, falls $Z(p)$ Nullstellen bei Unendlich und Null besitzt

Aus der Bedingung, daß L_1 positiv ist, folgt

$$\operatorname{Im} Z(j\omega_0) > 0. \quad (3.1)$$

Bei Benutzung der Nullstelle im Unendlichen zur Abspaltung der Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$ ergibt sich das Netzwerk Bild 3.6b. Aus der Bedingung, daß C_1 positiv ist, folgt

$$\operatorname{Im} Z(j\omega_0) < 0. \quad (3.7)$$

Es läßt sich also aufgrund des Vorzeichens des Imaginärteils $\operatorname{Im} Z(j\omega_0)$ entscheiden, welche Realisierungsstruktur gewählt werden muß. Die Bedingung, daß der Entwicklungskoeffizient bei Null bzw. Unendlich positiv bleiben muß

$$L_1 \geq \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p}$$

bzw.

$$C_1 \leq \frac{1}{\lim_{p \rightarrow \infty} Z(p) p}$$

gibt Auskunft, ob die Entwicklung an der untersuchten Stelle $p_0 = j\omega_0$ zum jeweiligen Schritt möglich ist.

3.3.2 Polstelle bei Null und Polstelle bei Unendlich

Es ergibt sich die Struktur in Bild 3.7a, wenn eine Polstelle bei Unendlich zum Abbau der Entwicklungsstelle zweiter Art $p_0 = j\omega_0$ benutzt wird.

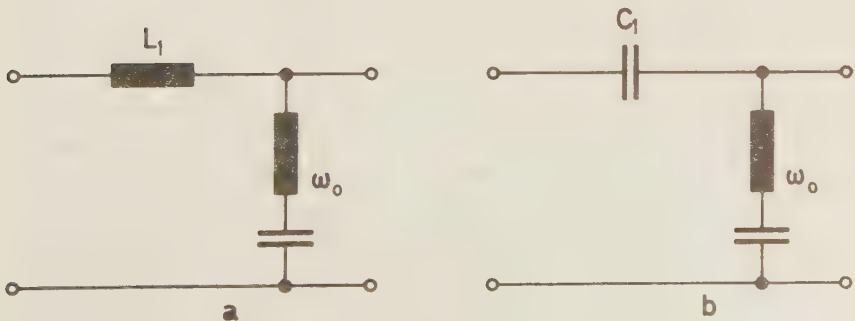


Bild 3.7: Netzwerkstrukturen, falls $Z(p)$ Polstellen bei Unendlich und Null besitzt

Aus der Bedingung, daß L_1 positiv ist, folgt

$$\operatorname{Im} Z(j\omega_0) > 0 . \quad (3.10)$$

Bei Benutzung der Polstelle bei Null zum Vollabbau der Entwicklungsstelle $p_0=j\omega_0$ ergibt sich das Netzwerk Bild 3.7b. Die Bedingung, daß C_1 positiv ist, führt zu

$$\operatorname{Im} Z(j\omega_0) < 0 . \quad (3.7)$$

Auch hier kann aufgrund des Vorzeichens des Imaginärteils $\operatorname{Im} Z(j\omega_0)$ eindeutig festgelegt werden, welche Realisierungsstruktur gewählt werden muß. Die Bedingung, daß der Entwicklungskoeffizient bei Unendlich bzw. Null positiv bleiben muß.

$$L_1 \leq \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p}$$

bzw.

$$C_1 \geq \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p}$$

gibt Auskunft, ob die Entwicklung an der Stelle $p_0=j\omega_0$ zum jeweiligen Schritt möglich ist.

3.3.3 Exkurs über die gleichzeitige Abspaltung zweier Entwicklungsstellen

Bereits Unbehauen /UN2/ hat darauf hingewiesen, daß durch die gleichzeitige Abspaltung zweier Entwicklungsstellen zweiter Art zusätzliche Realisierungsmöglichkeiten bestehen, die zu günstigeren Schaltungen führen können. Eine kopplungsfreie Doppelabspaltung ist nur möglich, wenn bei Null und Unendlich Entwicklungsstellen erster Art gleichen Typs (Nullstellen bzw. Pole der Eingangsimpedanz) vorliegen. Es ergibt sich hierbei die Netzwerkstruktur nach Bild 3.8, wenn sowohl bei Null als auch bei Unendlich Nullstellen vorliegen. Alle Elemente sind hierbei positiv.

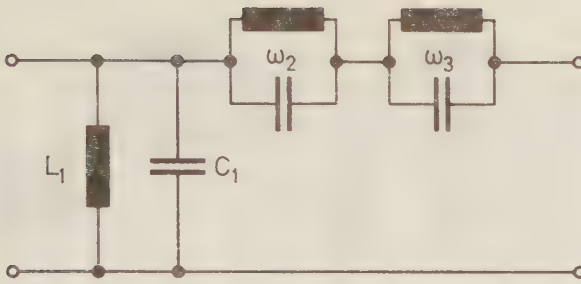


Bild 3.8: Gleichzeitiger Abbau zweier Entwicklungsstellen

Gilt mit $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$, $\omega_1 > \omega_2$, so läßt sich L_1 aufteilen in $\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L_1'} + \frac{1}{L_2''}$ mit $\omega_1' = \frac{1}{\sqrt{L_1' C_1}}$, wobei $\omega_1' = \omega_2$ gilt. Entsprechend läßt sich für $\omega_1 < \omega_2$ C_1 so aufteilen in $C_1 = C_1' + C_1''$, daß mit $\omega_1' = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1'}}$, $\omega_1' = \omega_2$ gilt. Es entsteht dann mit $Y_1(p) = \frac{1}{L_1'' p}$ bzw. $Y(p) = C'' \cdot p$ das Netzwerk in Bild 3.9.

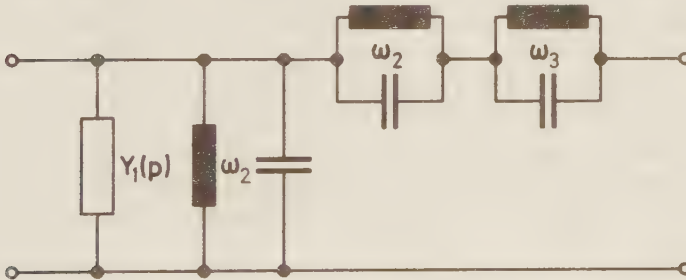


Bild 3.9: Aufteilung einer Reaktanz zur Erzeugung eines Schwingkreises im Querzweig mit der Resonanzfrequenz ω_2

Durch Norton-Transformation ergibt sich das Netzwerk nach Bild 3.10, wobei der entstehende Übertrager in die rechts von ihm stehenden Impedanzen einbezogen werden kann. Das gleiche Vorgehen läßt sich auf den Schwingkreis mit der Resonanzfrequenz ω_3 und den Schwingkreis im Querzweig ebenso anwenden, und man erhält die Netzwerkstruktur, die in Bild 3.11 dargestellt ist.

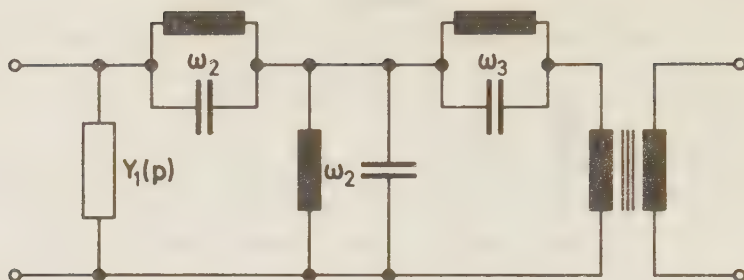


Bild 3.10: Netzwerk nach der Norton-Umformung

Auch hierbei sind alle Elemente positiv. $Y_2(p)$ ist, je nachdem, ob $\omega_2 > \omega_3$ oder $\omega_2 < \omega_3$ ist, eine Querinduktivität oder eine Querkapazität. Die entstehende Netzwerkstruktur ist die Struktur, die sich bei sequentieller Abspaltung der Entwicklungsstelle bei $p_2 = j\omega_2$ und $p_3 = j\omega_3$ ergibt. Hierbei bleibt jedoch zusätzlich ein Rest bei den Entwicklungsstellen bei Null und Unendlich erhalten, der zu weiteren kopplungsfreien Realisierungsschritten benutzt werden kann. Somit ist der gleichzeitige Abbau von Entwicklungsstellen zweiter Art im Hinblick auf eine kopplungsfreie Realisierung nicht sinnvoll.

Die gleichen Überlegungen lassen sich anstellen, wenn sowohl bei Null als auch bei Unendlich Polstellen vorliegen. Man erhält dann aus dem in Bild 3.12 dargestellten Netzwerk nach zwei Norton-Transformationen die in Bild 3.13 wiedergegebene Struktur, wobei $X_1(p)$ und $X_2(p)$ Reaktanzzweipole ersten Grades sind.

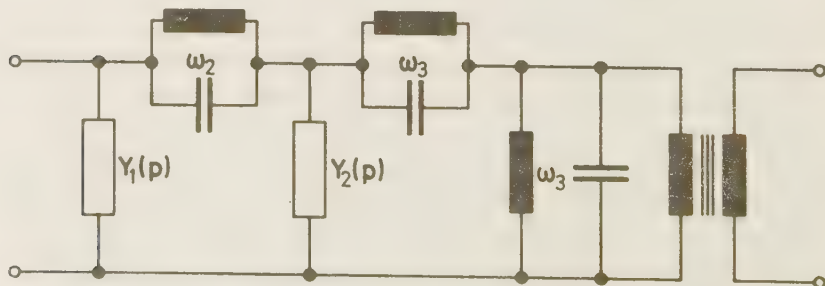


Bild 3.11: Netzwerk nach einer zweiten Reaktanzaufteilung und Norton-Transformation

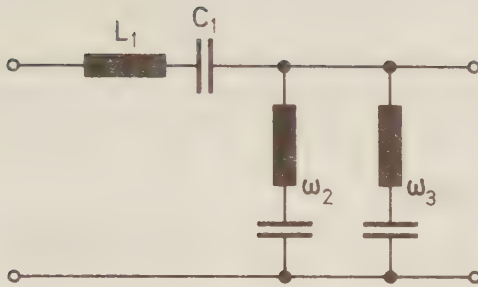


Bild 3.12: Gleichzeitiger Abbau zweier Entwicklungsstellen

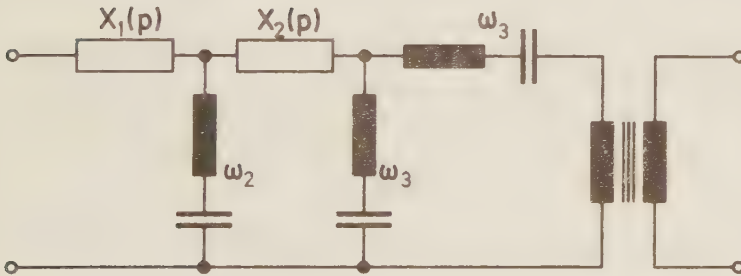


Bild 3.13: Netzwerk nach Reaktanzaufteilung und Norton-Transformation

3.3.4 Nullstelle bei Null und Polstelle bei Unendlich

Wird die Nullstelle zur Vorabspaltung bei der Realisierung einer Entwicklungsstelle zweiter Art $p_0 = j\omega_0$ herangezogen, so entsteht das Netzwerk in Bild 3.14a.

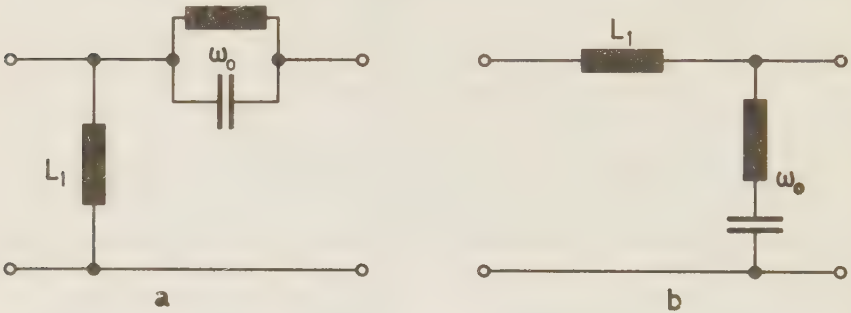


Bild 3.14: Netzwerkstruktur, falls $Z(p)$ eine Nullstelle bei Null und eine Polstelle bei Unendlich besitzt

Benutzt man die Polstelle im Unendlichen zur Vorabspaltung, so entsteht das Netzwerk Bild 3.14b. In beiden Fällen ergibt sich die Positivitätsbedingung für L_1 , so daß die Bedingung

$$\text{Im } Z(j\omega_0) > 0$$

Auskunft gibt, ob der Abbau an der Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$ zum jeweiligen Schritt überhaupt möglich ist. Die Forderung, daß der Entwicklungskoeffizient bei Null

$$L_1 \geq \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p}$$

bzw. bei Unendlich

$$L_1 \leq \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p}$$

positiv bleibt, führt zur Entscheidung, welche Realisierungs-

struktur gewählt werden muß, wenn überhaupt eine Realisierung der Entwicklungsstelle p_0 zum jeweiligen Schritt möglich ist.

Zum Beweis von Satz 6 muß gezeigt werden, daß nicht beide Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden können. Dies kann ausgeschlossen werden, denn es gilt folgende Aussage:

Hilfssatz 7: Besitzt eine Zweipolfunktion (der Sonderfall $Z(p) = k \cdot p$ sei ausgeschlossen) eine Nullstelle bei Null und eine Polstelle im Unendlichen, so ist der Entwicklungskoeffizient der Nullstelle bei Null $\lim_{p=0} \frac{Z(p)}{p}$ immer größer als der Entwicklungskoeffizient der Polstelle im Unendlichen $\lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p}$.

Beweis: Die Zweipolfunktion hat die Form

$$Z(p) = k \frac{p \sum_{v=0}^n a_v p^v}{\sum_{\mu=0}^n b_{\mu} p^{\mu}} \quad \text{mit} \quad a_n = b_n = 1$$

$$\lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p} = k$$

$$\lim_{p=0} \frac{Z(p)}{p} = k \frac{a_0}{b_0}.$$

Wird der Pol bei Unendlich vollständig abgebaut, muß die Restfunktion Zweipolfunktion bleiben.

$$Z_R(p) = Z(p) - kp = k \frac{\sum_{v=0}^{n-1} (a_v - b_v) p^{v+1}}{\sum_{\mu=0}^n b_{\mu} p^{\mu}}$$

Es darf keine doppelte Nullstelle bei Null entstehen (Satz 3c), außerdem müssen die Zählerkoeffizienten positiv sein, so daß gilt:

$$a_o > b_o \quad \text{und damit} \quad \lim_{p=0} \frac{Z(p)}{p} > \lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p} .$$

Die Realisierung der Entwicklungsstelle p_o ist also für

$$\frac{Z(j\omega_o)}{j\omega_o} < 0 \quad \text{oder} \quad \lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p} < \frac{Z(j\omega_o)}{j\omega_o} < \lim_{p=0} \frac{Z(p)}{p}$$

nicht möglich, im Bereich

$$0 < \frac{Z(j\omega_o)}{j\omega_o} \leq \lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p} .$$

durch Teilabspaltung der Polstelle bei Unendlich, im Bereich

$$\lim_{p=0} \frac{Z(p)}{p} \leq \frac{Z(j\omega_o)}{j\omega_o}$$

durch Teilabspaltung der Nullstelle bei Null möglich.

3.3.5 Polstelle bei Null und Nullstelle im Unendlichen

Wird die Polstelle bei Null benutzt, um eine Abspaltung der Entwicklungsstelle zweiter Art $p_o = j\omega_o$ durchzuführen, so entsteht die Schaltung nach Bild 3.15a. Bei Benutzung der Nullstelle im Unendlichen ergibt sich das Netzwerk Bild 3.15b.

In beiden Fällen folgt aus der Bedingung $C_1 > 0$, daß der Imaginärteil $\text{Im } Z(j\omega_o)$ negativ sein muß. Aus der Forderung, daß der Entwicklungskoeffizient bei Null

$$\frac{1}{C_1} \leq \lim_{p=0} Z(p)p$$

bzw. bei Unendlich

$$\frac{1}{C_1} \geq \lim_{p=\infty} Z(p)p$$

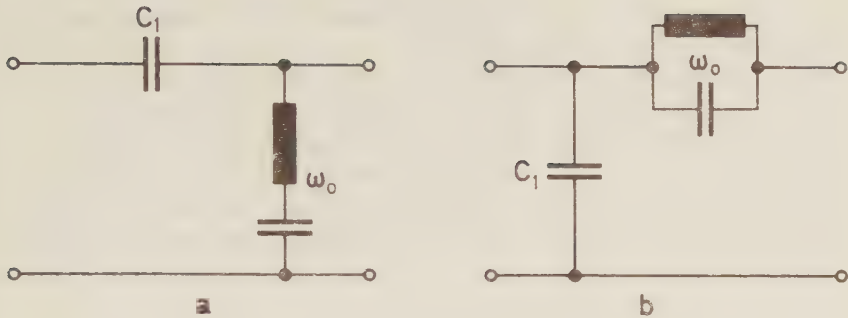


Bild 3.15: Netzwerkstrukturen, falls $Z(p)$ einen Pol bei Null und eine Nullstelle im Unendlichen besitzt (Parametrische Filter)

positiv bleiben soll, folgt nur dann die Eindeutigkeit nach Satz 6, wenn beide Bedingungen nicht zugleich erfüllt sein können. Dies ist der Fall, denn es gilt folgende Aussage:

Hilfssatz 8: Besitzt eine Zweipolfunktion (der Sonderfall $Z(p) = \frac{k}{p}$ sei hierbei ausgeschlossen) eine Polstelle bei Null und eine Nullstelle im Unendlichen, so ist der Entwicklungskoeffizient der Nullstelle im Unendlichen $\lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p$ stets größer als der Entwicklungskoeffizient der Polstelle bei Null $\lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p$.

Beweis: Die Zweipolfunktion hat die Form

$$Z(p) = k \frac{\sum_{v=0}^n a_v p^v}{p \sum_{\mu=0}^n b_\mu p^\mu} \quad \text{mit} \quad a_n = b_n = 1$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p = k \cdot \frac{a_0}{b_0}$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p = k$$

Wird der Pol bei Null vollständig abgebaut, so muß die Restfunktion Zweipolfunktion bleiben

$$Z_R(p) = Z(p) - k \frac{a_0}{b_0 p} = k \cdot \frac{\sum_{v=1}^n (a_v - b_v \frac{a_0}{b_0}) p^v}{p \sum_{\mu=0}^n b_\mu p^\mu} .$$

Nach Satz 3c darf keine mehrfache Polstelle bei Unendlich entstehen, d.h.

$$a_n - b_n \frac{a_0}{b_0} > 0 \quad \text{bzw. mit} \quad a_n = b_n = 1$$

ergibt sich

$$b_0 > a_0 \quad \text{und somit} \quad \lim_{p=\infty} Z(p)p > \lim_{p=0} Z(p)p.$$

Die kopplungsfreie Realisierung der Entwicklungsstelle $p_0 = j\omega_0$ ist also für

$$Z(j\omega_0)j\omega_0 < 0 \quad \text{oder} \quad \lim_{p=0} Z(p)p < Z(j\omega_0)j\omega_0 < \lim_{p=\infty} Z(p)p$$

nicht möglich, im Bereich

$$0 < Z(j\omega_0)j\omega_0 \leq \lim_{p=0} Z(p)p$$

durch Teilabspaltung der Polstelle bei Null, im Bereich

$$\lim_{p=\infty} Z(p)p \leq Z(j\omega_0)j\omega_0$$

durch Teilabspaltung der Nullstelle im Unendlichen möglich.

3.3.6 Exkurs über Parametrische Filter

Die zuletzt erwähnten Schaltungsstrukturen werden in der Praxis aufgrund ihrer Spulensarmut bevorzugt verwendet. Im folgenden soll dargestellt werden, welche Bedingung die charakteristische Funktion erfüllen muß, damit die Eingangsimpedanz einen Pol bei Null und eine Nullstelle im Unendlichen besitzt.

$$Z(p) = k \cdot \frac{\prod_{\mu=1}^{\ell} (p - p_{0\mu})}{p \cdot \prod_{\nu=1}^{\ell} (p - p_{\infty\nu})}$$

Mit der charakteristischen Funktion

$$K(p) = \frac{f(p)}{e(p)}$$

und der Übertragungsfunktion

$$H(p) = \frac{e(p)}{h(p)}$$

ist

$$Z(p) = \frac{h(p) + f(p)}{h(p) - f(p)},$$

wobei $h(p)$ ein Hurwitzpolynom ist, dessen Koeffizienten alle positiv seien.

$$\begin{aligned} h(p) &= h_0 \prod_{\nu=1}^n (p - h_{\nu}) \\ f(p) &= f_0 \prod_{\mu=1}^m (p - f_{\mu}) \end{aligned}$$

Die Summe der beiden Polynome $h(p)$ und $f(p)$ kann nur dann einen um Eins niedrigeren Grad als die Differenz haben, wie für $Z(p)$ erforderlich, wenn der Grad von $h(p)$ gleich dem Grad von $f(p)$ ist und die Konstanten bis auf das Vorzeichen übereinstimmen.

$$f_0 = -h_0 ; \quad m = n$$

Damit $Z(p)$ einen Pol bei Null besitzt, muß

$$h(p) - f(p) = h_0 \left[\prod_{v=1}^n (p-h_v) + \prod_{\mu=1}^n (p-f_\mu) \right]$$

eine Nullstelle bei Null besitzen.

$$\prod_{v=1}^n h_v + \prod_{\mu=1}^n f_\mu = 0. \quad (3.13)$$

Alle komplexen Nullstellen von $h(p)$ treten im obigen Produkt paarweise mit ihren konjugiert komplexen auf und liefern einen positiven Anteil $h_v h_v^* = |h_v|^2$. Jede reelle Nullstelle von $h(p)$ liefert einen negativen Faktor h_v , so daß

$$\prod_{v=1}^n h_v > 0 \quad \text{für } n \text{ gerade}$$

$$\prod_{v=1}^n h_v < 0 \quad \text{für } n \text{ ungerade}$$

gilt.

Ebenso gilt für $f(p)$, daß alle komplexen Nullstellen einen positiven Faktor, jede reelle Nullstelle in der linken p -Halbebene einen negativen, in der rechten p -Halbebene einen positiven Faktor liefern. Notwendig zur Erfüllung von Gleichung (3.13) ist, daß $f(p)$ ungeradzahlig viele Nullstellen auf der linken reellen Halbachse besitzt, wenn n gerade ist, und geradzahlig viele Nullstellen auf der linken reellen Halbachse besitzt, wenn n ungerade ist.

D.h. $f(p)$ muß ungeradzahlig viele Nullstellen auf der rechten reellen Halbachse besitzen, damit $\prod_{v=1}^n h_v$ und $\prod_{\mu=1}^n f_\mu$ verschiedene Vorzeichen haben.

Gemäß Gl. (2.6) gilt für $p = j\omega$

$$|h(j\omega)|^2 = |f(j\omega)|^2 + 4|e(j\omega)|^2.$$

Da für $\omega = 0$ $|h(j\omega)| = |f(j\omega)|$ gelten muß, ergibt sich $e(0) = 0$. D.h. $K(p)$ muß mindestens eine einfache Polstelle bei $p = 0$ besitzen.

Die charakteristische Funktion eines "Parametrischen Filters" besitzt also folgende Form:

$$K(p) = - |f_0| \frac{(p-\alpha)(p+\beta) \prod_{v=1}^{m/2} (p-f_v)(p-f_v^*)}{p \prod_{\mu=1}^{m/2} (p-e_\mu)(p-e_\mu^*)}$$

mit $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

Hierbei wird α als parametrische Nullstelle bezeichnet.

4. BETRACHTUNGEN ÜBER DIE ABSPALTREIHENFOLGE

Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, daß der Strukturtyp jeder Entwicklungsstelle zweiter Art bei dem jeweiligen Abbauzyklus fest vorgegeben ist, wenn eine kopplungsfreie Realisierung angestrebt wird. Ob eine kopplungsfreie Realisierung der gesamten Schaltung gelingt, kann daraus nicht geschlossen werden.

Zur kopplungsfreien Realisierung allgemeiner Reaktanzzweitore mit ohmschem Abschluß sind keine notwendigen und hinreichenden Bedingungen bekannt. Abgeleitet von den notwendigen FIALKOW-GERST-Bedingungen für die Kopplungsfreiheit allgemeiner Zweitore mit durchgehender Erdverbindung und den Eigenschaften der Übertragungsfunktion eines in Ohmwiderrstände eingebetteten Reaktanzzweiters ist die notwendige Bedingung, daß die Übertragungsfunktion keine Nullstellen außerhalb der imaginären Achse besitzt /UN1/. Von A. FIALKOW sind hinreichende Bedingungen zur kopplungsfreien Realisierung von LC-R Netzwerken gefunden worden /FI1, FI2/. BADER /BA1/ hat bereits 1942 ein Verfahren zur Synthese von kopplungsfreien Kettenschaltungen entwickelt, doch ist das Vorgehen so unübersichtlich, es müssen neben den Elementen der Kettenmatrix auch die Eingangsimpedanzen bei sekundärseitigem Kurzschluß und Leerlauf betrachtet werden, daß es kaum anwendbar ist. Die von BOSSE /BO2/ dafür angegebenen Realisierungsbedingungen sind den Realisierungsbedingungen von FIALKOW äquivalent. Doch selbst wenn eine Übertragungsfunktion diese Bedingungen erfüllt, hängt die kopplungsfreie Realisierung von der Abspaltreihenfolge der einzelnen Entwicklungsstellen ab. Eine Empfehlung für die Abspaltreihenfolge wurde bereits 1947 von Rumpelt angegeben.

Rumpeltsche Regel:

Negative Schaltelemente können, wenn überhaupt, dann sicher dadurch vermieden werden, daß im Zuge der Kettenschaltung bei symmetrischen und antisymmetrischen Filtern jene Sperrstellen (Entwicklungsstellen), welche den im Sperrbereich liegenden Randfrequenzen ($\omega=0$, $\omega=\infty$) am

nächsten sind, in Kettenglieder an den beiden Enden der Schaltung erzeugt werden, während Sperrstellen, welche den Durchlaßgrenzen am nächsten liegen, in Kettengliedern in der Mitte der Schaltung erzeugt werden /RU1/.

Von T. FUJISAWA wurde 1955 ein Realisierbarkeitstheorem für kopplungsfreie Tiefpässe aufgestellt /FU1/, und von J. NEIRYNCK wurde der Einfluß der Abspaltreihenfolge auf die Empfindlichkeit, Elementestreue und die kopplungsfreie Realisierbarkeit von Tiefpaßfiltern exemplarisch untersucht /NE1, NE2/. Die Ergebnisse stützen die Rumpeltsche Regel, jedoch darf bezweifelt werden, daß eine Verallgemeinerung auf Filter mit nicht konstanten Toleranzschranken oder mit mehreren Durchlaßbereichen möglich ist. Darüber hinaus zeigt FIALKOW /FI2/ anhand von Gegenbeispielen, daß die von FUJISAWA angegebenen Theoreme Fehler enthalten.

4.1 Empfehlungen für die Abspaltreihenfolge

Betrachtet man das Verhalten der Entwicklungsstellen bei Durchführung eines Entwicklungsschritts, dann lassen sich aus dem Eindeutigkeitssatz 6 und den Bedingungen für eine kopplungsfreie Realisierung (Kap. 3) Kriterien für eine geeignete Abspaltreihenfolge ableiten. Hierbei muß angemerkt werden, daß diese Kriterien nicht als notwendige und hinreichende Bedingungen für eine kopplungsfreie Realisierung verstanden werden sollen. Insbesondere kann nicht gezeigt werden, daß keine kopplungsfreie Realisierungsmöglichkeit existiert, wenn aufgrund der im folgenden dargestellten Methode keine solche erzielt werden kann. Jedoch zeigte sich bei allen betrachteten Beispielen das hier beschriebene Vorgehen der Rumpeltschen Regel gleichwertig oder überlegen. d.h. es ergaben sich die gleichen kopplungsfreien Netzwerkstrukturen wie bei Rumpelt oder es gelang in vielen Fällen eine kopplungsfreie Realisierung, obwohl nach der Rumpeltschen Regel eine solche nicht zu erzielen war.

Im folgenden seien mit ω_1 die Entwicklungsstellen bezeichnet, an denen ein Abbauschritt durchgeführt wird, und mit ω_v die noch zu realisierenden Entwicklungsstellen. Durch den Abbau bei $j\omega_1$ geht die zu realisierende Eingangsimpedanz $Z(p)$ in die Restimpedanz $Z_R(p)$ über.

Die Strategie zur Wahl einer günstigen Abspaltreihenfolge besteht darin, ω_i so zu bestimmen, daß bei der verbleibenden Restimpedanz $Z_R(p)$ möglichst viele Entwicklungsstellen kopplungsfrei realisierbar sind. Im allgemeinen besitzen mehrere Entwicklungsstellen die gleiche Anzahl von solchen Weiterentwicklungsmöglichkeiten. Von diesen Entwicklungsstellen wird die zum Abbau benutzt, bei der die zweite Realisierungsbedingung der jeweils ungünstigsten verbleibenden Entwicklungsstelle am wenigsten übererfüllt ist.

In Tabelle 4.1 sind die Abbaustrukturen angegeben, die sich bei zwei aufeinander folgenden Entwicklungsschritten ergeben können. Es muß nun geprüft werden, inwieweit der vorhergehende n -te Abbauschritt die kopplungsfreie Realisierbarkeit des nächsten $(n+1)$ -ten Schrittes beeinflusst. Hierbei braucht ein Vollabbau bei Null oder Unendlich im $(n+1)$ -ten Schritt nicht untersucht werden und ist in der Tabelle nicht enthalten, da dessen Realisierbarkeit durch die Realisierungsbedingungen des n -ten Schrittes impliziert ist.

4.2 Verhalten der Eingangsimpedanz bei Durchführung des n -ten Entwicklungsschrittes

Im folgenden werden zunächst die sich ergebenden Restfunktionen sowie die Entwicklungskoeffizienten bei Null und im Unendlichen angegeben, die bei Durchführung eines Abbauschrittes entstehen. Sodann kann aufgrund dieser Werte und der Realisierungsbedingungen aus Kap. 3 geprüft werden, ob und an welchen Entwicklungsstellen ein kopplungsfreier Abbau möglich ist. Diese Überprüfung der verbleibenden, d.h. noch zu realisierenden Entwicklungsstellen auf ihre kopplungsfreie Realisierbarkeit wird vor jedem Abbauschritt durchgeführt. Aufgrund des Eindeutigkeitssatzes 6 kann für jede Entwicklungsstelle ω_i entschieden werden, welche Struktur für ihre Realisierung benutzt werden muß. Es werden die folgenden Fälle unterschieden.

n-ter Schritt (n+1)-ter Schritt	Nullstelle bei Null		Polstelle bei Null	
	Teilabsp. LP	Vollabsp. qL	Teilabsp. CS	Vollabsp. IC
Nullstelle bei Null				
Polstelle bei Null				
Nullstelle im Unendlichen				
Polstelle im Unendlichen				

Tabelle 4.1: Abbaustrukturen bei Durchführung von zwei Entwicklungsschritten

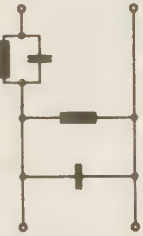
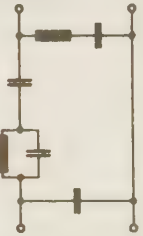
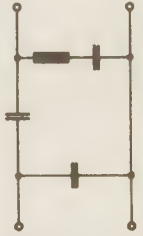
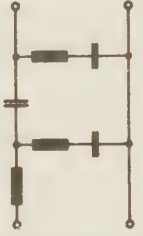
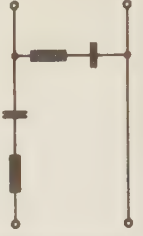
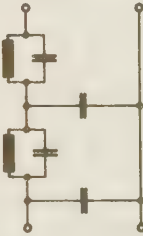
n-ter Schritt (n+1)-ter Schritt		Nullstelle im Unendlichen		Polstelle im Unendlichen	
		Teilabsp. CP	Vollabsp. qC	Teilabsp. LS	Vollabsp. IL
Nullstelle bei Null	LP				
	CS				
Nullstelle im Unendlichen	CP				
	LS				

Tabelle 4.1: (Fortsetzung)

4.2.1 Vorabspaltung an einer Nullstelle bei Null (LP)

Wird ein Teilabbau einer Nullstelle bei Null zur Realisierung der Entwicklungsstelle $p = j\omega_i$ verwendet, so entsteht die Struktur nach Bild 3.2 Die Restimpedanz ist nach Gl. (3.3)

$$Z_{Ri}(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - \frac{1}{Lj\omega}} - \frac{X_i j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \quad (4.1)$$

mit

$$X_i = \frac{2}{\frac{-1}{Z(j\omega)^2} \frac{dZ(p)}{dp} \Big|_{p=j\omega_i} - \frac{1}{L\omega_i^2}} \quad \text{und} \quad L = \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i} .$$

Der Entwicklungskoeffizient der Restimpedanz an der Nullstelle bei Null ist

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{Z(p)/p} - \frac{1}{L}} - \frac{X_i}{\omega_i^2} . \quad (4.2)$$

Liegt bei Unendlich eine Nullstelle vor, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z_{Ri}(p)p = \lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p - X_i . \quad (4.3)$$

Existiert ein Pol bei Unendlich, so ist dessen Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{Z(p)}{p}} - \frac{1}{L}} . \quad (4.4)$$

4.2.2 Vollabbau einer Nullstelle bei Null (qL)

Ist die Nullstelle der Eingangsimpedanz bei Null eine mehrfache Entwicklungsstelle, so kann deren Vollabbau zu einer kopplungsfreien Realisierung nötig sein (siehe Beispiel 4.6.3). Beim Vollabbau einer Nullstelle entsteht eine Querinduktivität (Bild 2.5). Die Restimpedanz ist

$$Z_{\text{Ri}}(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - \frac{1}{Lj\omega}} \quad (4.5) \quad \text{mit} \quad L = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p}.$$

Durch den Vollabbau einer mehrfachen Entwicklungsstelle geht die Nullstelle in einen Pol bei Null über.

Schreibt man $Z(p)$ in der Koeffizientenform

$$Z(p) = \frac{\dots + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p}{\dots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0},$$

so ergibt sich als Entwicklungskoeffizient der Restimpedanz

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z_{\text{Ri}}(p)p = \frac{a_1^2}{a_1 b_2 - b_0 a_3}. \quad (4.6)$$

Liegt bei Unendlich eine Nullstelle vor, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z_{\text{Ri}}(p)p = \lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p \quad (4.7)$$

unverändert.

Existiert bei Unendlich ein Pol, so wird dessen Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z_{\text{Ri}}(p)}{p} = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)/p - \frac{1}{L}}. \quad (4.8)$$

4.2.3 Vorabspaltung an einem Pol bei Null (CS)

Wird der Teilabbau eines Pols bei Null zur Realisierung der Entwicklungsstelle $j\omega_i$ benützt, so entsteht die Struktur nach Bild 3.3. Die Restimpedanz ist nach Gl. (3.6)

$$Z_{Ri}(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega) - \frac{1}{Cj\omega}} - \frac{X_i j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2}} \quad (4.9)$$

mit

$$X_i = \frac{2}{\left. \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega_i}} - \frac{1}{C\omega_i^2} \quad \text{und} \quad C = \frac{1}{Z(j\omega_i) j\omega_i}.$$

Der Entwicklungskoeffizient der Restimpedanz an der Polstelle bei Null ist

$$\lim_{p=0} Z_{Ri}(p)p = \frac{1}{\frac{1}{\lim_{p=0} Z(p)p - \frac{1}{C}} - \frac{X_i}{\omega_i^2}}. \quad (4.10)$$

Liegt bei Unendlich eine Nullstelle vor, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p=\infty} Z_{Ri}(p)p = \lim_{p=\infty} Z(p)p - \frac{1}{C}. \quad (4.11)$$

Existiert ein Pol bei Unendlich, so ist dessen Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p=\infty} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \frac{1}{\frac{1}{\lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p}} - X_i}. \quad (4.12)$$

4.2.4 Vollabbau einer Polstelle bei Null (1C)

Existiert bei Null eine mehrfache Entwicklungsstelle, die Polstelle der Eingangsimpedanz ist, so kann ein Vollabbau des Pols zu einer kopplungsfreien Realisierung nötig sein. Hierbei entsteht eine Längskapazität (Bild 2.2). Die Restimpedanz besitzt eine Nullstelle bei Null

$$Z_{Ri}(j\omega) = Z(j\omega) - \frac{1}{j\omega C} \quad \text{mit} \quad C = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p} . \quad (4.13)$$

Schreibt man $Z(p)$ in Koeffizientenform

$$Z(p) = \frac{\dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{\dots b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p} ,$$

so ist der Entwicklungskoeffizient der Restimpedanz bei Null

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \frac{a_2 b_1 - a_0 b_3}{b_1^2} . \quad (4.14)$$

Liegt seine Nullstelle im Unendlichen, so wird deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z_{Ri}(p)p = \lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p - \frac{1}{C} . \quad (4.15)$$

Existiert im Unendlichen eine Polstelle, so bleibt deren Entwicklungskoeffizient unverändert

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p} . \quad (4.16)$$

4.2.5 Vorabspaltung mit Hilfe einer Nullstelle im Unendlichen (CP)

Wird die Teilabspaltung einer Nullstelle im Unendlichen zur kopplungsfreien Realisierung einer Entwicklungsstelle $j\omega_i$ benutzt, so entsteht die Netzwerkstruktur nach Bild 3.4. Die Restimpedanz ist nach Gl. (3.9)

$$Z_{Ri}(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - j\omega C} - \frac{j\omega X_i}{\frac{1}{\omega_i^2} - \omega^2} \quad (4.18)$$

mit

$$X_i = \frac{-1}{Z(j\omega_i)^2} \left. \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega_i} - C \quad \text{und} \quad C = \frac{1}{Z(j\omega_i)j\omega_i}.$$

Der Entwicklungskoeffizient der Restimpedanz an der Nullstelle im Unendlichen ist

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z_{Ri}(p)p = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{Z(p)p} - C} - X_i.$$

Liegt bei Null eine Nullstelle vor, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p} - \frac{X_i}{\omega_i}. \quad (4.19)$$

Existiert eine Polstelle bei Null, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z_{Ri}(p)p = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{Z(p)p} - C}. \quad (4.20)$$

4.2.6 Vollabbau einer Nullstelle im Unendlichen (gC)

Liegt im Unendlichen eine mehrfache Entwicklungsstelle vor, die Nullstelle der Eingangsimpedanz ist, so kann ein Vollabbau dieser Nullstelle für eine kopplungsfreie Realisierung nötig sein. Es entsteht hierbei eine Querkapazität (Bild 2.6). Die Restimpedanz

$$Z_{Ri}(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - j\omega C} \quad \text{mit } C = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{Z(p)p} \quad (4.21)$$

besitzt eine Polstelle im Unendlichen.

Der Entwicklungskoeffizient der Polstelle der Restimpedanz im Unendlichen ist, wenn $Z(p)$ in Koeffizientenschreibweise angegeben ist:

$$Z(p) = \frac{a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + a_{n-3}p^{n-3} + \dots}{b_np^n + b_{n-1}p^{n-1} + b_{n-2}p^{n-2} + \dots}$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-1}b_{n-2} - b_na_{n-3}} \quad (4.22)$$

Besitzt die Impedanz $Z(p)$ bei Null eine Nullstelle, so bleibt deren Entwicklungskoeffizient erhalten:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p} \quad (4.23)$$

Existiert bei Null eine Polstelle der Eingangsimpedanz, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z_{Ri}(p)p = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{Z(p)p} - C} \quad (4.24)$$

4.2.7 Vorabspaltung mit Hilfe einer Polstelle im Unendlichen (LS)

Benutzt man eine Polstelle im Unendlichen, um eine Entwicklungsstelle $p=j\omega_i$ kopplungsfrei zu realisieren, so entsteht das Netzwerk nach Bild 3.5. Die Restimpedanz ist nach Gl. (3.12)

$$Z_{Ri}(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z(j\omega)} - j\omega L - \frac{j\omega X_i}{2\omega_i^2}} \quad (4.25)$$

mit

$$X_i = \left. \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega_i} - L \quad \text{und} \quad L = \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i} .$$

Der Entwicklungskoeffizient der Restimpedanz im Unendlichen wird

$$\lim_{p=\infty} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \frac{1}{\lim_{p=\infty} \frac{Z(p)}{p} - L - X_i} . \quad (4.26)$$

Existiert bei Null eine Nullstelle der Eingangsimpedanz, so wird deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p=0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \lim_{p=0} \frac{Z(p)}{p} - L . \quad (4.27)$$

Liegt eine Polstelle bei Null, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p=0} Z_{Ri}(p)p = \frac{1}{\lim_{p=0} \frac{Z(p)p}{p} - \frac{X_i}{\omega_i^2}} . \quad (4.28)$$

4.2.8 Vollabbau einer Polstelle im Unendlichen (1L)

Liegt im Unendlichen eine Polstelle der Eingangsimpedanz $Z(p)$ vor, die mehrfache Entwicklungsstelle ist, so kann ein Vollabbau der Polstelle für eine kopplungsfreie Realisierung nötig sein. Es entsteht eine Längsinduktivität (Bild 2.3); die Restimpedanz ist

$$Z_{Ri}(j\omega) = Z(j\omega) - j\omega L \quad \text{mit} \quad L = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p} . \quad (4.30)$$

Die Restimpedanz besitzt eine Nullstelle im Unendlichen. Schreibt man $Z(p)$ in Koeffizientenform

$$Z(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots}{b_{n-1} p^{n-1} + b_{n-2} p^{n-2} + b_{n-3} p^{n-3} + \dots} ,$$

so gilt für den Entwicklungskoeffizienten der Restfunktion an der Nullstelle im Unendlichen

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z_{Ri}(p)p = \frac{a_{n-2} b_{n-1} - b_{n-3} a_n}{b_{n-1}} . \quad (4.31)$$

Besitzt die Restimpedanz eine Nullstelle bei Null, so ist deren Entwicklungskoeffizient

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p} - L . \quad (4.32)$$

Der Entwicklungskoeffizient einer Polstelle bei Null bleibt unverändert:

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z_{Ri}(p)p = \lim_{p \rightarrow 0} Z(p)p . \quad (4.33)$$

4.3 Bedingungen für den (n+1)-ten Entwicklungsschritt

Es muß nun untersucht werden, ob die verbliebenen Entwicklungsstellen $j\omega_v \neq j\omega_i$ kopplungsfrei realisierbar sind. Hierzu werden die Realisierungsbedingungen aus Abschnitt 3 auf die Ergebnisse von Abschnitt 4.2 angewendet. Als Kriterium für eine Wahl der Entwicklungsreihenfolge wird jeweils das Maß der Realisierbarkeit R_{iv} eingeführt. Als Netzwerktyp lassen sich bei der Realisierung der Entwicklungsstelle $j\omega_v$ aufgrund von Satz 6 die folgenden Fälle unterscheiden.

4.3.1 Vorabspaltung mit Hilfe einer Nullstelle bei Null (LP)

Wenn die Entwicklungsstelle $j\omega_v$ durch Teilabbau einer Nullstelle bei Null realisiert wird, so müssen die Realisierungsbedingungen

$$\frac{Z_{Ri}(j\omega_v)}{j\omega_v} > 0 \quad (3.1)$$

und

$$\frac{Z_{Ri}(j\omega_v)}{j\omega_v} \geq \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p} \quad (3.2)$$

erfüllt sein. Als Maß für die Realisierbarkeit wird

$$R_{iv} = \frac{Z_{Ri}(j\omega_v)}{j\omega_v \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z_{Ri}(p)}{p}} \quad (4.35)$$

eingeführt.

4.3.2 Vorabspaltung mit Hilfe einer Polstelle bei Null (CS)

Zur Realisierung der Entwicklungsstelle $j\omega_v$ durch den Teilabbau einer Polstelle bei Null müssen die Realisierungsbedingungen

$$Z_{Ri}(j\omega_v)j\omega_v > 0 \quad (3.4)$$

und

$$Z_{Ri}(j\omega_v)j\omega_v \leq \lim_{p=0} Z_{Ri}(p)p \quad (3.5)$$

erfüllt sein. Als Maß für die Realisierbarkeit wird

$$R_{iv} = \frac{\lim_{p=0} Z_{Ri}(p)p}{Z_{Ri}(j\omega_v)j\omega_v} \quad (4.36)$$

eingeführt.

4.3.3 Vorabspaltung mit Hilfe einer Nullstelle im Unendlichen (CP)

Wird zum Abbau der Entwicklungsstelle $j\omega_v$ eine Nullstelle im Unendlichen benutzt, müssen die Bedingungen

$$Z_{Ri}(j\omega_v)j\omega_v > 0 \quad (3.7)$$

und

$$Z_{Ri}(j\omega_v)j\omega_v \geq \lim_{p=\infty} Z_{Ri}(p)p \quad (3.8)$$

erfüllt sein. Als Maß für die Realisierbarkeit wird

$$R_{iv} = \frac{Z_{Ri}(j\omega_v)j\omega_v}{\lim_{p=\infty} Z_{Ri}(p)p} \quad (4.37)$$

eingeführt.

4.3.4 Vorabspaltung mit Hilfe einer Polstelle im Unendlichen (LS)

Kann die Entwicklungsstelle $j\omega_v$ durch den Teilabbau an einer Polstelle im Unendlichen realisiert werden, so sind die Bedingungen

$$\frac{z_{Ri}(j\omega_v)}{j\omega_v} > 0 \quad (3.10)$$

und

$$\frac{z_{Ri}(j\omega_v)}{j\omega_v} \leq \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{z_{Ri}(p)}{p} \quad (3.11)$$

erfüllt. Als Maß für die Realisierbarkeit wird

$$R_{iv} = \frac{j\omega_v \cdot \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{z_{Ri}(p)}{p}}{z_{Ri}(j\omega_v)} \quad (4.38)$$

eingeführt.

4.4 Sonderfall gleicher Netzwerkstrukturtypen

Für die Sonderfälle reiner Hoch- oder Tiefpaßfilter lassen sich Bedingungen für die Abspaltreihenfolge aus den vorangegangenen Betrachtungen ableiten.

4.4.1 Kapazitätsarmer Hochpaß

Kann nur eine Nullstelle bei Null zur Vorabspaltung verwendet werden (Struktur LP), so müssen bei jedem Abbauschritt die Bedingungen (3.1) und (3.2) erfüllt sein. Mit Gl. (4.1) ergibt sich aus (3.1)

$$\frac{1}{\frac{j\omega_v}{Z(j\omega_v)} - \frac{j\omega_i}{Z(j\omega_i)}} > \frac{X_i}{\omega_i^2 - \omega_v^2} \quad (4.39)$$

Die Bedingung (3.2) ergibt mit Gl. (4.1) und Gl. (4.2)

$$\frac{1}{\frac{j\omega_v}{Z(j\omega_v)} - \frac{j\omega_i}{Z(j\omega_i)}} - \frac{1}{\frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p}} - \frac{j\omega_i}{Z(j\omega_i)}} > X_i \frac{\omega_v^2}{\omega_i^2} \cdot \frac{1}{(\omega_i^2 - \omega_v^2)} \quad (4.40)$$

Die Abspaltreihenfolge $\omega_v > \omega_i$ ist, wenn

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{Z(p)}{p} < \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i} < \frac{Z(j\omega_v)}{j\omega_v} \quad (4.41)$$

gilt, hinreichend für die Erfüllung der Bedingungen (4.39) und (4.40). Ist (4.41) nicht erfüllt, so ist $\omega_v > \omega_i$ notwendig für die Erfüllung der Realisierungsbedingungen.

Die Strategie zur Wahl der Abspaltreihenfolge geht nun dahin, den Freiraum der hinreichenden Bedingung auszunutzen. D.h., es wird, wenn bei mehreren Entwicklungsstellen ω_i die Anzahl der realisierbaren Restentwicklungsstellen ω_v maximal ist, die Entwicklungsstelle ω_i mit dem größten Wert ω_i für den Realisierungsschritt benutzt.

4.4.2 Induktivitätsarmer Hochpaß

Werden nur Teilabspaltungen an einer Polstelle bei Null vorgenommen (Struktur CS), so ergibt sich aus der Bedingung (3.4) und Gl. (4.19) die Bedingung

$$\frac{1}{Z(j\omega_v)j\omega_v - Z(j\omega_i)j\omega_i} > \frac{X_i}{\omega_i^2 - \omega_v^2} \quad (4.42)$$

sowie aus Bedingung (3.5) mit (4.42) und Gl. (4.10)

$$\frac{1}{Z(j\omega_v)j\omega_v - Z(j\omega_i)j\omega_i} - \lim_{p=0} \frac{1}{Z(p)p - Z(j\omega_i)j\omega_i} > X_i \cdot \frac{\omega_v^2}{\omega_i^2} \cdot \frac{1}{(\omega_i^2 - \omega_v^2)} \quad (4.43)$$

Die Reihenfolge $\omega_v > \omega_i$ ist hinreichend für die Erfüllung der Bedingungen (4.42) und (4.43), wenn

$$Z(j\omega_i)j\omega_i < Z(j\omega_v)j\omega_v < \lim_{p=0} Z(p)p \quad (4.44)$$

gilt. Auch hier kann der Freiraum der hinreichenden Bedingung dadurch ausgeschöpft werden, daß das größtmögliche ω_i für den nächsten Abbauschritt benutzt wird.

4.4.3 Induktivitätsarmer Tiefpaß

Werden nur Teilabbauten an einer Nullstelle im Unendlichen vorgenommen (Struktur CP), so ergibt sich aus der Bedingung (3.7) und Gl. (4.18)

$$\frac{1}{Z(j\omega_v)j\omega_v} - \frac{1}{Z(j\omega_i)j\omega_i} > \frac{\omega_v^2 X_i}{\omega_v^2 - \omega_i^2} \quad (4.45)$$

sowie aus Bedingung (3.8) mit (4.45) und Gl. (4.18a)

$$\frac{1}{Z(j\omega_v)j\omega_v} - \frac{1}{Z(j\omega_i)j\omega_i} - \frac{1}{\lim_{p=\infty} Z(p)p - Z(j\omega_i)j\omega_i} > X_i \omega_i^2 \frac{1}{(\omega_v^2 - \omega_i^2)} \quad (4.46)$$

Die Abspaltreihenfolge $\omega_i > \omega_v$ bildet eine hinreichende Bedingung für (4.45) und (4.46), wenn

$$\lim_{p \rightarrow \infty} Z(p)p < \frac{Z(j\omega_v)}{j\omega_v} < \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i} \quad (4.47)$$

gilt. Hierbei kann der Freiraum der hinreichenden Bedingung dadurch ausgenutzt werden, daß das kleinstmögliche ω_i für den nächsten Abspaltschritt gewählt wird.

4.4.4 Kapazitätsarmer Tiefpaß

Wird nur eine Polstelle im Unendlichen zur Vorabspaltung verwendet (Struktur LS), so ergibt sich aus der Bedingung (3.10) und Gl. (4.25)

$$\frac{1}{\frac{Z(j\omega_v)}{j\omega_v} - \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i}} > \frac{\omega_v^2 X_i}{\omega_v^2 - \omega_i^2} \quad (4.48)$$

sowie aus Bedingung (3.11) und (4.48) mit Gl. (4.26)

$$\frac{1}{\frac{Z(j\omega_v)}{j\omega_v} - \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i}} - \frac{1}{\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p} - \frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i}} > X_i \omega_i^2 \frac{1}{\omega_v^2 - \omega_i^2} \quad (4.49)$$

Die Abspaltreihenfolge $\omega_i > \omega_v$ ist hinreichend für die Erfüllung der Bedingungen (4.48) und (4.49), wenn

$$\frac{Z(j\omega_i)}{j\omega_i} < \frac{Z(j\omega_v)}{j\omega_v} < \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(p)}{p} \quad (4.50)$$

gilt. Auch hierbei wird der Freiraum der hinreichenden Bedingung dadurch ausgeschöpft, daß ω_i möglichst klein gewählt wird.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß bei Hochpässen die Abspaltung bei möglichst hohen Frequenzen, bei Tiefpässen bei möglichst tiefen Frequenzen begonnen bzw. weitergeführt wird. Dies scheint der Rumpeltschen Regel gänzlich zu widersprechen, jedoch darf nicht vergessen werden, daß sich die obige Aussage lediglich auf die Entwicklungsstellen bezieht, nach deren Abspaltung die Anzahl der weiterhin kopplungsfrei realisierbaren Entwicklungsstellen maximal ist. Es kann sich aufgrund der obigen Empfehlung durchaus die gleiche Schaltung wie nach der Rumpeltschen Regel ergeben (vergl. Beispiel 4.6.1).

4.5 Abspalkriterium im allgemeinen Fall

Bei Bandpässen und Filtern mit mehreren Durchlaß- und Sperrbereichen hat es sich als zweckmäßig erwiesen, das Realisierungsmaß Gl. (4.35) - (4.38) als Kriterium für die Abspaltreihenfolge zu benutzen.

Auch weiterhin sollen nur die Entwicklungsstellen $j\omega_i$ betrachtet werden, für die die Realisierbarkeit $R_{i_v} \geq 1$ für möglichst viele Entwicklungsstellen $j\omega_v$ erfüllt ist. Ist dies eindeutig, d.h. existiert keine Entwicklungsstelle $j\omega_\kappa$, für die gleichviel Entwicklungsstellen $j\omega_v$ die Bedingung $R_{\kappa_v} \geq 1$ erfüllen, so wird die hierdurch gefundene Entwicklungsstelle $j\omega_i$ für den nächsten Abbauschritt verwendet. Ist keine eindeutige Aussage hierdurch möglich, so wird diejenige Entwicklungsstelle beim nächsten Abbauschritt benutzt, bei der die Realisierbarkeit der am kritischsten zu realisierenden Entwicklungsstelle $j\omega_v$ am wenigsten übererfüllt ist. D.h. es wird die Entwicklungsstelle ausgewählt, für die der Ausdruck

$$R_i = \min_v R_{i_v}$$

minimal wird, wobei nur die Werte

$$R_{iv} \geq 1$$

in die Betrachtung mit einbezogen werden.

Bei der Erprobung des Programms, das mit den im vorangegangenen Abschnitt dargelegten Kriterien für die Wahl der Abspaltreihenfolge arbeitet, zeigte es sich, daß sich bei der Berechnung von reinen Tief-, Hoch- oder Bandpaßschaltungen häufig Abspaltreihenfolgen ergeben, die auch nach der Rumpelt-schen Regel möglich sind. Doch lassen sich auch Beispiele finden, die den bisherigen Empfehlungen widersprechen, so wird z.B. Zick-Zack-Schaltungen ein günstiges Verhalten bezüglich kopplungsfreier Realisierbarkeit und Elementewertestreue nachgesagt, was sich im Beispiel 4.6.2 als unrichtig erwies.

Die Stärke des hier verwendeten Verfahrens liegt darin, daß nicht anhand einfacher Fälle eine Abspaltreihenfolge kategorisch vorgeschrieben wird und diese auf kompliziertere Zusammenhänge sinngemäß übertragen wird /NE2/, sondern abhängig vom Einzelfall ein Kriterium zur Durchführung des nächsten Schrittes benutzt wird, so daß auch bei Abweichungen von der empfohlenen Reihenfolge, wenn dies z.B. aus technologischen Gründen nötig ist, für den Rest der Schaltung eine möglichst günstige Abbaureihenfolge vorgeschlagen wird.

4.6 Beispiele zur Abspaltreihenfolge

Anhand einiger Beispiele soll die Leistungsfähigkeit des verwendeten Kriteriums zur Wahl der Abspaltreihenfolge dokumentiert werden. Es wurden drei Repräsentanten verschiedener Filtercharakteristiken ausgewählt: ein Hochpaß, ein Bandpaß und ein Filter mit zwei Durchlaß- und zwei Sperrbereichen.

4.6.1 Hochpaßfilter

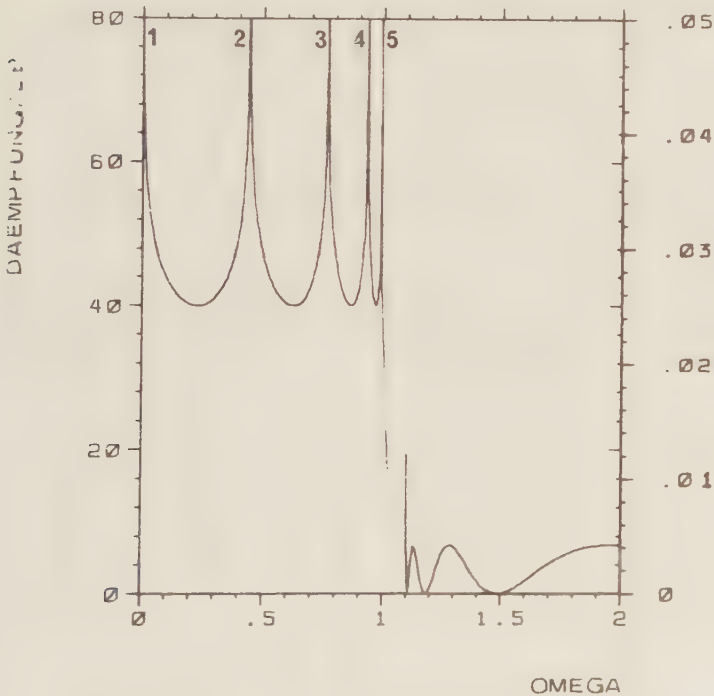


Bild 4.1: Frequenzgang des Hochpaßfilters (Durchlaßbereich in vergrößertem Maßstab)

Die Dämpfungspole, d.h. die Entwicklungsstellen des zu betrachtenden Hochpaßfilters sind in Bild 4.1 mit steigender Frequenz

durchnummeriert: Von der Entwicklungsstelle Nr. 1 bei $\omega = 0$ bis zur Entwicklungsstelle Nr. 5 bei $\omega = 0.99$. Wenn eine kopplungsfreie Realisierung angestrebt wird, reduziert sich die Anzahl möglicher Abbaureihenfolgen von $5!$ auf $4!$, da die Entwicklungsstelle Nr. 1 zur Teilabspaltung bei der Realisierung der übrigen Entwicklungsstellen benötigt wird und deshalb erst als letzte voll abgebaut werden darf. Berücksichtigt man die Rumpeltsche Regel, so verbleiben vier Abbaureihenfolgen, die eine kopplungsfreie Realisierung erwarten lassen:

- a) (2 - 4 - 5 - 3 - 1)
- b) (2 - 5 - 4 - 3 - 1)
- c) (3 - 4 - 5 - 2 - 1)
- d) (3 - 5 - 4 - 2 - 1)

Überraschend ist, daß die der Philosophie der Rumpeltschen Regel am stärksten entsprechenden Abspaltreihenfolgen a und b nicht zu einer kopplungsfreien Realisierung führen. Die Reihenfolgen c und d ergeben kopplungsfreie Netzwerke, obwohl die vom Durchlaßbereich am weitesten entfernte Entwicklungsstelle Nr. 2 streng betrachtet nicht am Anfang oder am Ende der Schaltung liegt.

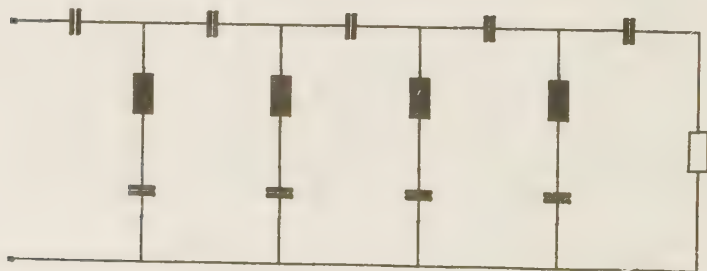


Bild 4.2: Netzwerkstruktur des Hochpaßfilters

*** RZT SYNTHESSE ***
SESSION 67

7:39 PM THU., 2 JUNE, 1983
(REV. 0003 830304)

LAENGSKAPAZITÄT C= 2.2389705634766229D+00
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 1.5662115721030977D+00 L= 1.0838899063387248D+00 OMEGA= 7.6750674314762821D-01
 LAENGSKAPAZITÄT C= 8.3969732842247713D-01 L= 1.0879132299645808D+00 OMEGA= 9.3279847020284160D-01
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 1.0564041326048628D+00 L= 1.0715538112283772D+00 OMEGA= 9.9348996723091809D-01
 LAENGSKAPAZITÄT C= 1.0715538112283772D+00 L= 1.7459912829694775D+00 OMEGA= 9.9348996723091809D-01
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 5.8027112142320258D-01 L= 9.1499479903714853D-01 OMEGA= 4.4452593183962548D-01
 LAENGSKAPAZITÄT C= 9.5783085855643435D-01 R= 1.1045094393777478D+00
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 5.5307900449509950D+00
 LAENGSKAPAZITÄT C= 2.7493868332137820D+00
 ABSCHLUSSWIDERSTAND

Abspaltreihenfolge gem. Abschnitt 4.5
3, 4, 5, 2, 1,

LAENGSKAPAZITÄT C= 2.6803457261645334D+01
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 5.5106767959450778D-01 L= 2.0855442527418040D+00 OMEGA= 9.3279847020284160D-01
 LAENGSKAPAZITÄT C= 1.0327048908385407D+00 L= 1.4895474387376461D+00 OMEGA= 9.9348996723091809D-01
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 6.8017190550765486D-01 L= 7.9132803624398745D-01 OMEGA= 7.6750674314762821D-01
 LAENGSKAPAZITÄT C= 8.8630074969859157D-01 L= 9.1499479903714820D-01 OMEGA= 4.4452593183962548D-01
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 2.1452556164331805D+00 R= 1.1045094393777480D+00
 LAENGSKAPAZITÄT C= 6.7528127387947404D-01
 QUERREIHENSCHWINGKREIS C= 5.5307900449510015D+00
 LAENGSKAPAZITÄT C= 2.7493868332137797D+00
 ABSCHLUSSWIDERSTAND

Abspaltreihenfolge gem. Abschnitt 4.4.2
4, 5, 3, 2, 1,

Tabelle 4.2: Bauelementewerte zu Bild 4.2

Nach dem im Abschnitt 4.5 beschriebenen Algorithmus erhält man die Abspaltreihenfolge c, während das in Abschnitt 4.4.2 beschriebene Vorgehen zu einer völlig vom Rumpeltschen Vorschlag abweichenden Reihenfolge (4-5-3-2-1) führt, mit der ebenso eine kopplungsfreie Realisierung gelingt. Die Netzwerkstruktur (Bild 4.2) ist in beiden Fällen gleich, die Bauelementewerte dazu sind in Tabelle 4.2 angegeben.

4.6.2 Bandpaßfilter

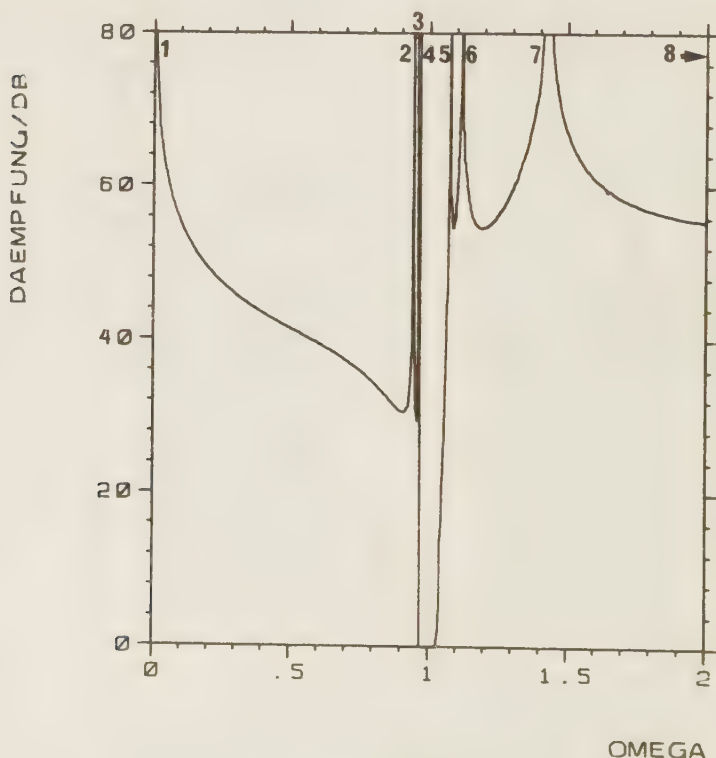


Bild 4.3: Frequenzgang des Bandpaßfilters

In Bild 4.3 sind die Entwicklungsstellen des Bandpaßfilters

von 1 bis 8 durchnummeriert. Die Entwicklungsstelle Nr. 8 liegt im Unendlichen und darf wie die Entwicklungsstelle Nr. 1, wenn ein kopplungsfreies Netzwerk erzielt werden soll, erst dann abgebaut werden, wenn sie nicht mehr für Teilabspaltungen benötigt wird. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können einfache Entwicklungsstellen bei Null oder Unendlich am Ende eines Filters realisiert werden. Äquivalente kopplungsfreie Schaltungen lassen sich daraus stets mit Hilfe der NORTON-Transformation erzeugen.

Verfährt man nach der Rumpeltschen Regel, so bieten sich die Abbaureihenfolgen

a) (2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 1 - 8)

b) (7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 - 8)

c) (2 - 6 - 4 - 5 - 3 - 7 - 1 - 8)

d) (7 - 3 - 5 - 4 - 6 - 2 - 8 - 1)

an. Sicherlich lassen sich noch andere, der Rumpeltschen Regel nicht direkt widersprechende Reihenfolgen angeben, doch genügen ihr die oben genannten am ehesten.

Insbesondere werden in der Praxis die Reihenfolgen c und d benutzt, da sie zu Zick-Zack-Schaltungen führen, die sich durch günstiges Verhalten bezüglich kopplungsfreier Realisierbarkeit, Streuung der Bauelementewerte und Bauelementeempfindlichkeit auszeichnen /FE3/. Bei keiner der genannten Abspaltreihenfolgen ergibt sich ein kopplungsfreies Netzwerk. Auch alle weiteren möglichen Zick-Zack-Schaltungen sind nicht kopplungsfrei realisierbar.

Das in Abschnitt 4.5 beschriebene Vorgehen führte zu dem kopplungsfreien Netzwerk Bild 4.4 mit der Abspaltreihenfolge (6-2-7-4-3-1-5-8). Die Bauelementewerte sind in Tabelle 4.3 wiedergegeben.

4.6.3 Filter mit zwei Durchlaßbereichen

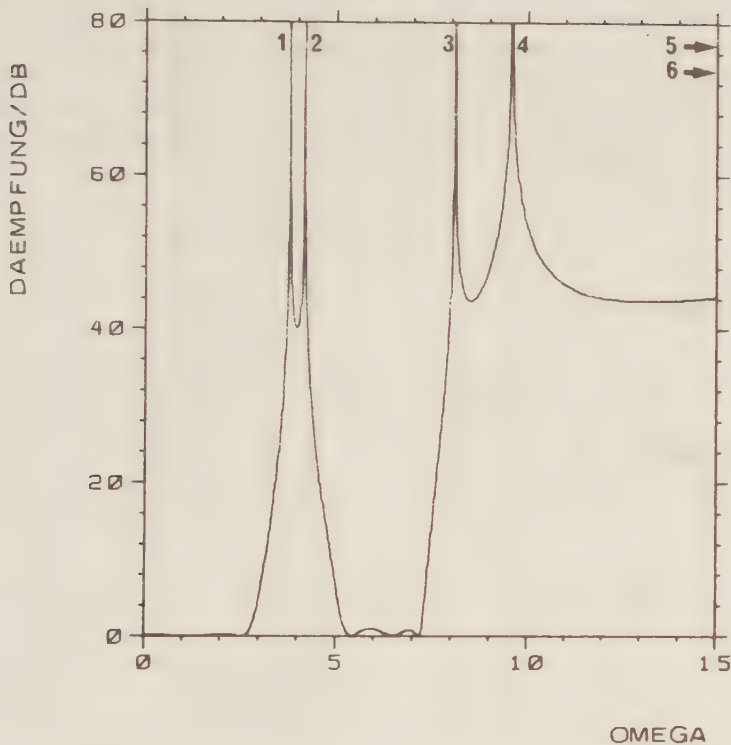


Bild 4.5: Filter mit zwei Durchlaß- und Sperrbereichen

Das Filter, dessen Dämpfungsverlauf in Bild 4.5 dargestellt ist, besitzt vier endliche Entwicklungsstellen (Nr. 1 bis Nr. 4) sowie eine doppelte Entwicklungsstelle im Unendlichen (Nr. 5 und Nr. 6). Hier lassen sich auch nicht im übertragenen Sinne die Rumpeltsche Regel oder die von FUJISAWA /FU1/ oder NEIRYNCK /NE1, NE2/ empfohlenen Kriterien anwenden. Die von FIALKOW /FI1, FI2/ angegebenen hinreichenden Realisierungsbedingungen für kopplungsfreie LC-R Schaltungen sind nicht erfüllt, so daß auch ein Vorgehen wie es BOSSE /BO2/ bzw. BADER /BA1/ empfehlen nicht zum Ziel führt.

Mit Hilfe des hier beschriebenen Vorgehens läßt sich eine Abspaltreihenfolge finden, die zu einer kopplungsfreien Realisierung führt. Es ergibt sich mit der Reihenfolge (3-1-5-2-4-6) die Struktur in Bild 4.6 mit den Bauelementewerten in Tabelle 4.4. Man erkennt, daß durch eine nötige Vollabspaltung einer der beiden Entwicklungsstellen bei Unendlich in der Mitte des Filters keine spulenarme Schaltung erzielbar war.

5. REALISIERUNG VON QUARZFILTERN UND KERAMISCHEN FILTERN

5.1 Quarzersatzschaltung

In Bild 5.1 ist die Ersatzschaltung eines Schwingquarzes dargestellt. Hierbei sind, da Quarze eine extrem hohe Güte aufweisen, die ohmschen Verluste vernachlässigt. Die Induktivität L_q und die dynamische Kapazität C_d bestimmen die Serienresonanzfrequenz, die statische Kapazität C_s rührt von der Kontaktierung und der Gehäusekapazität her.

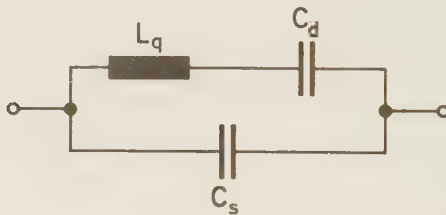


Bild 5.1: Quarzersatzschaltung

Bei parametrischen Filtern (Kap. 3) besteht häufig die Möglichkeit einer Zick-Zack-Realisierung, wie in Bild 5.2 dargestellt.

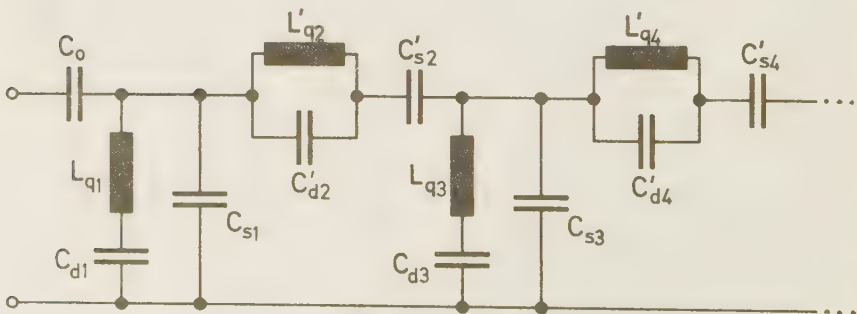


Bild 5.2: Zick-Zack-Schaltung eines parametrischen Filters

Die Strukturen in den Querzweigen L_{q1} , C_{d1} , C_{s1} und L_{q3} , C_{d3} , C_{s3} entsprechen unmittelbar der Quarzersatzschaltung. Die Umsetzung in eine Quarzstruktur ist, wie in Bild 5.3 angedeutet, möglich. Da der Wert der statischen Kapazität C_s eines Quarzes technologisch vorgegeben ist, muß der geforderte Wert C_{s1} durch einen Parallelkondensator C_{p1} mit $C_{p1} = C_{s1} - C_s$ eingestellt werden. Der Trimmkondensator C_{p1} dient dazu, daß die nicht genau definierte statische Kapazität C_s durch Feinabgleich der Parallelresonanz berücksichtigt werden kann.



Bild 5.3: Realisierung eines Querzweiges durch eine Quarzstruktur

Die Umsetzung der Längszweige L'_{q2} , C'_{d2} , C'_{s2} und L'_{q4} , C'_{d4} , C'_{s4} kann nach Umformung in ein äquivalentes Netzwerk wie in Bild 5.4 erfolgen.

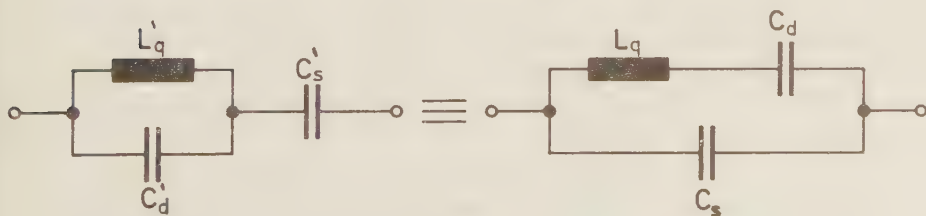


Bild 5.4: Äquivalente Zweipole

Hierbei gilt:

$$L_q = L'_q \left(\frac{C'_s + C'_d}{C'_s} \right)^2 \quad (5.1)$$

$$C_d = \frac{C_s'^2}{C'_s + C'_d} \quad (5.2)$$

$$C_s = \frac{C'_s C'_d}{C'_s + C'_d} \quad (5.3)$$

Von der Technologie der Quarzherstellung ist ein Mindestverhältnis von $C_s/C_d \approx 100$ vorgegeben, größere Werte C_s lassen sich, wie oben erwähnt, durch Parallelkondensatoren erzeugen. Mit neuen, niederohmigen, vorerst noch teureren Werkstoffen (z.B. Lithiumtantalit) lassen sich bereits Verhältnisse von $C_s/C_d \approx 10$ realisieren, so daß bei der Synthese von Quarzschaltungen hierauf nicht mehr primär geachtet werden muß. Deshalb steht im weiteren ein anderer Gesichtspunkt im Vordergrund: Die Herstellungskosten für einen Satz Filterquarze mit gleicher Induktivität L_q sind niedriger als die eines Satzes, dessen Quarze verschiedene Induktivitäten besitzen.

5.2 Realisierung von Quarzstrukturen mit vorgeschriebener Ersatzinduktivität

Benutzt man nicht die Zick-Zack-Struktur bei der Synthese, sondern spaltet erst die hochpaß- und dann die tiefpaßhaltigen Glieder ab, so können durch die teilweise Abspaltung der Nullstelle bei Unendlich bzw. des Pols bei Null Quarzstrukturen erzeugt werden (Bild 5.5).

Der Freiheitsgrad, der durch das Einführen zusätzlicher Kapazitäten entsteht, kann jeweils dazu benutzt werden, daß durch die Wahl des Wertes C_{ω_v} ein vorgeschriebener Wert L_{v+1} im nächsten Abbauschritt erzeugt wird. Entsprechend können die Kapazitäten $C'_{O_{\mu}}$ so gewählt werden, daß die äquivalente Quarzstruktur einen vorgeschriebenen Wert L_{μ} besitzt. Diese Werte

L_μ können z.B. alle gleich dem nicht frei wählbaren Wert L_1 sein.

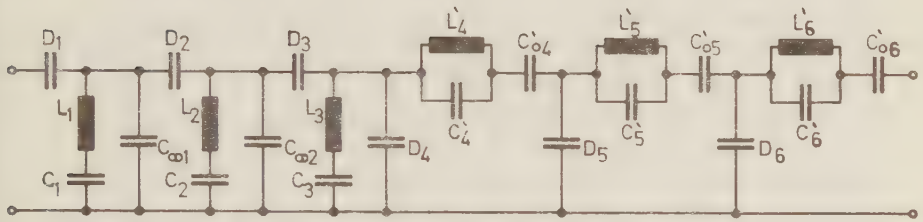


Bild 5.5: Quarzstrukturen durch Teilabspaltung von Entwicklungsstellen bei Null und Unendlich

Bild 5.6 stellt die Abspaltung einer Entwicklungsstelle zweiter Art $p_v = j\omega_v$ dar, die mit Hilfe einer Teilabspaltung eines Pols bei Null (Kapazität D) realisiert wird. Dabei geht diesem Abbauschritt ein Teilabbau einer Nullstelle bei Unendlich durch die Kapazität C voran.

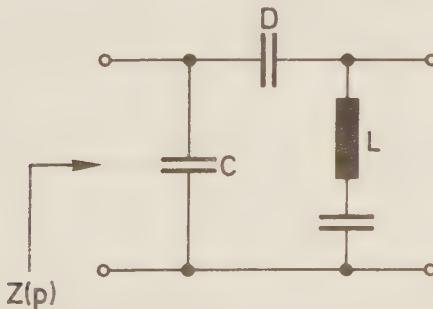


Bild 5.6: Teilabspaltung für Quarze im Querzweig

Als Wert für die Kapazität C ergibt sich bei vorgeschriebenem L :

$$C = \frac{1}{Z(p_v) p_v} \left[1 \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{dz(p)}{dp} \right)_{p=p_v} + \frac{Z(p_v)}{p_v}}{L}} \right] \quad (5.4)$$

Da der Ausdruck unter der Wurzel in Gl. (5.4) immer positiv ist - der Zählerausdruck ist der Induktivitätswert, der sich bei herkömmlicher Abspaltung ergibt - existiert mindestens eine positive Lösung für C. Sind zwei positive Lösungen vorhanden, so kann je nach Problemstellung der kleinere Wert für C herangezogen werden, wenn der Entwicklungskoeffizient bei Unendlich zur Kompensation weiterer negativer Elemente benötigt wird, oder der größere benutzt werden, wenn das Verhältnis statischer zu dynamischer Kapazität der Quarzstruktur vergrößert werden muß.

Spaltet man die Entwicklungsstelle zweiter Art bei $p_v = j\omega_v$ mit Hilfe einer Nullstelle bei Unendlich ab und läßt einen Teilabbau eines Pols bei Null (Kapazität C) folgen, so entsteht die in Bild 5.7 dargestellte Netzwerkstruktur.

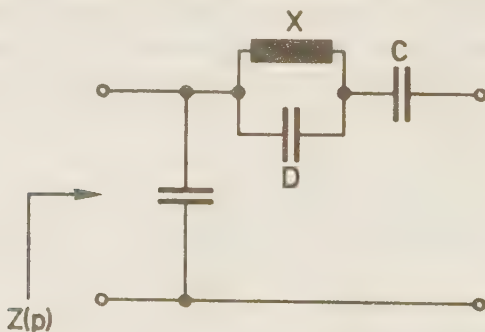


Bild 5.7: Teilabspaltung für Quarze im Längsweig

Als Wert für die Kapazität C ergibt sich, wenn das Netzwerk in Bild 5.7 in eine äquivalente Quarzstruktur mit vorgegebener Induktivität L umgeformt werden soll:

$$C = \frac{D}{\pm \sqrt{L/X - 1}} \quad (5.5)$$

Ein positiver Wert für C kann sich nur ergeben, wenn das positive Vorzeichen der Wurzel gewählt wird. Eine negative Lösung für C würde auch zu negativen Elementen in der Quarzersatzschaltung führen, die dadurch nicht realisierbar wird.

Die vorangegangenen Überlegungen zeigen, daß eine vollständige Filterrealisierung in Abzweigstruktur nicht in allen Fällen gelingen kann. Es kann z.B. unmöglich sein, die nötigen Teilabsplattungen vorzunehmen, wenn der Entwicklungskoeffizient bei Null oder Unendlich zu klein wird oder das Verhältnis statischer zu dynamischer Kapazität bei den entstehenden Quarzstrukturen die von der Technologie gesetzten Grenzen unterschreitet.

In diesen Fällen kann versucht werden, eine realisierbare Lösung dadurch zu erzielen, daß für die Tiefpaß- und die Hochpaßquarze verschiedene Induktivitäten L_T und L_H zugelassen werden. Führt dies nicht zum Erfolg, so muß man für einen Teil des zu realisierenden Filters auf die bisher verwendeten Brückenstrukturen ausweichen (/H02, SZ1/).

In vielen Fällen, die sich bisher einer Quarzrealisierung entzogen, ist mit Hilfe des oben genannten Vorgehens eine Realisierung mit Quarzen möglich.

5.3 Beispiele

5.3.1 Keramisches Filter

Die LC-Ersatzschaltung eines keramischen Schwingers unterscheidet sich nicht von der eines Quarzes. Bei der Verlustvorverzerrung muß jedoch die wesentlich schlechtere Güte von $Q_k \approx 2000$ berücksichtigt werden.

Bild 5.8 zeigt den Frequenzgang eines 400 kHz ZF-Filters. Bei der Synthese ergibt sich die Netzwerkstruktur Bild 5.9 mit den Bauelementewerten Tabelle 5.1.

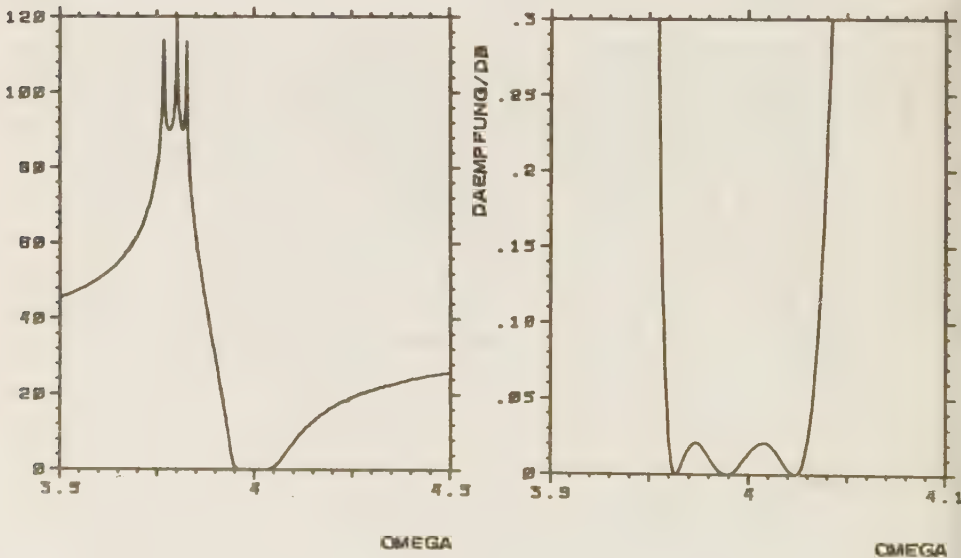


Bild 5.8: Frequenzgang des keramischen 400 kHz ZF-Filters,
Durchlaßbereich im vergrößerten Maßstab

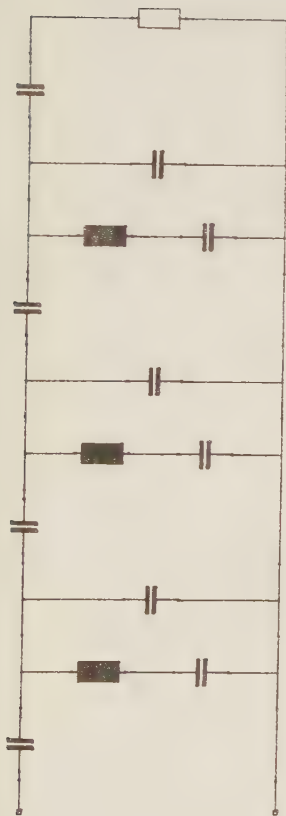


Bild 5.9: Netzwerkstruktur des 400 kHz ZF-Filters

LAENSKAPAZITÄT
QUERWEICHENSCHWINGKREIS

C = 2.5667170740893498D+01
L = 9.9784709679187112D-02

L = 6.9342928240951612D-01

OMEGA = 3.8016043185755960D+00
* ÄQUIVALENTE QUARZSTRUKTUR *
L = 6.9342928240951612D-01
CD = 9.9784709679187112D-02
CS = 7.5362727504301721D-01
CS/CD = 7.5525326221418794D+00
OM.P = 1.3833134748040831D+00

QUERKAPAZITÄT
LAENSKAPAZITÄT
QUERWEICHENSCHWINGKREIS

C = 7.5362727504301721D-01
C = 2.4174316671387865D-01
C = 9.8480092542141354D-02

L = 6.9342928240951721D-01

OMEGA = 3.8267023876068829D+00
* ÄQUIVALENTE QUARZSTRUKTUR *
L = 6.9342928240951721D-01
CD = 9.8480092542141354D-02
CS = 7.0412764035766368D-01
CS/CD = 7.1499490110406941D+00
OM.P = 1.4311106543656759D+00

QUERKAPAZITÄT
LAENSKAPAZITÄT
QUERWEICHENSCHWINGKREIS

C = 7.0412764035766368D-01
C = 2.0537689325910730D-01
C = 1.0160070089689846D-01

L = 6.9342928240951679D-01

OMEGA = 3.7674765617212480D+00
* ÄQUIVALENTE QUARZSTRUKTUR *
L = 6.9342928240951679D-01
CD = 1.0160070089689846D-01
CS = 6.2971703617988384D-01
CS/CD = 6.1979595674138408D+00
OM.P = 1.5133040347902507D+00

QUERKAPAZITÄT
LAENSKAPAZITÄT
ABSCHLUSSWIDERSTAND

C = 6.2971703617988384D-01
C = 3.78274695033123D+00

R = 1.3813144025061835D+00

Tabelle 5.1: Bauelementwerte zu Bild 5.9

5.3.2 10.7 MHz Bandpaß

In Bild 5.10 ist der Frequenzgang eines 10.7 MHz Kanalfilters mit einer Bandbreite von 3.1 kHz dargestellt. Hierbei ist eine endliche Güte von $Q_C \approx 200000$ berücksichtigt, die zu einer Verrundung des Durchlaßbereiches führt. Da die Approximation der charakteristischen Funktion mit hinreichend großer Reserve erfolgte, wird das geforderte Toleranzschema trotzdem eingehalten. Die Übertragungsfunktion ist vom Grad 18.

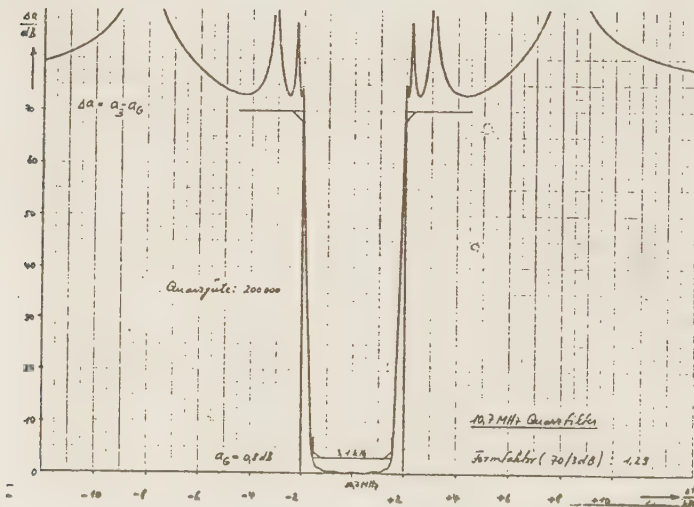


Bild 5.10: Frequenzgang des 10.7 MHz/3.1 kHz Bandpasses
18.ten Grades

Mit dem im vorangegangenen beschriebenen Verfahren wird ein Abzweignetzwerk aus Quarzersatzschaltungen erzeugt (Bild 5.11). Hierbei werden nicht alle Quarzinduktivitäten gleich gewählt, sondern für die Quarze im Querzweig und Längszweig zwei verschiedene Induktivitätswerte zugelassen. Der dadurch entstandene Freiheitsgrad wird benutzt, um den Abschlußwiderstand Eins zu erzielen (Tabelle 5.2). Ein Prototyp dieses Filters

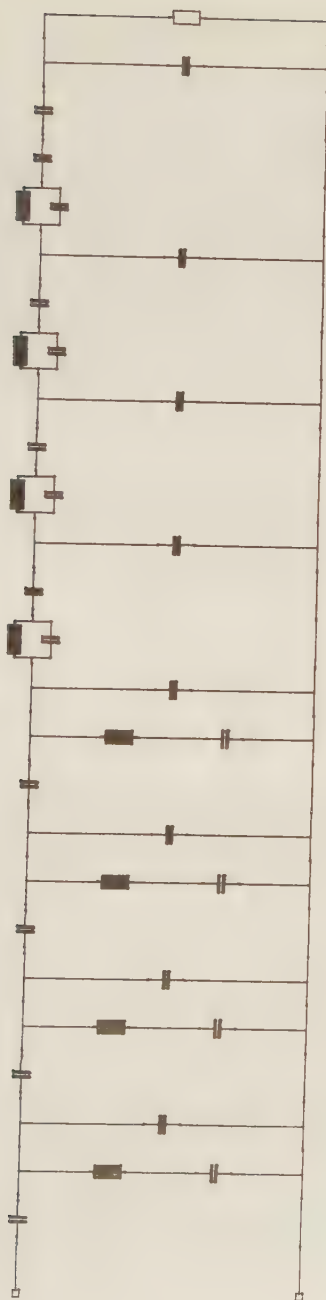


Bild 5.11: Schaltungsstruktur des 10.7 MHz Quarzbandpasses

wurde von der Firma Wandel & Goltermann aufgebaut. In Bild 5.12 ist die Schaltung des Filters mit entnormierten Werten wiedergegeben, eingangs- und ausgangsseitig sind Koppelglieder ergänzt.

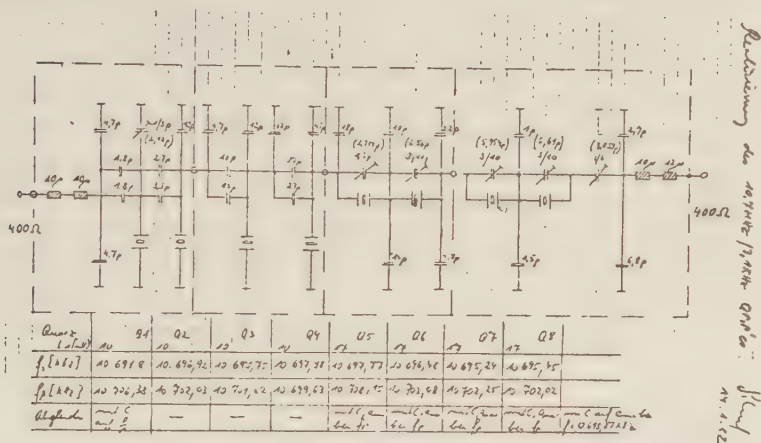


Bild 5.12: Entnormierte Schaltung des 10.7 MHz Quarzbandpasses

Bild 5.13 zeigt den Aufbau des Quarzfilters sowie das Gehäuse des Prototyps.

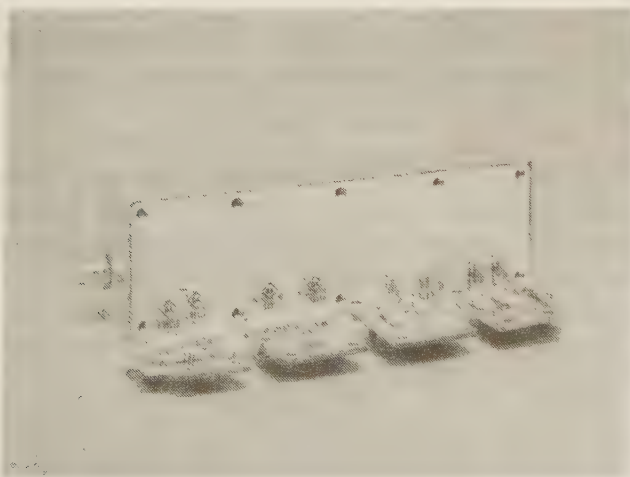


Bild 5.13: Versuchsaufbau des 10.7 MHz Quarzbandpasses
(Werkfoto: Firma Wandel & Goltermann)

6. NORTON-UMFORMUNG ZUR IMPEDANZANPASSUNG

Im Abschnitt 2 wurde darauf hingewiesen, daß bei der Synthese ein von Eins verschiedenes Verhältnis von Quell- zu Abschlußwiderstand entstehen kann. Die Lösung, dies durch einen Ausgangsübertrager zu realisieren, erscheint unbefriedigend, insbesondere da ein solches Vorgehen erfordert, daß - möglichst als letztes Element des Reaktanzzweiters - eine Querinduktivität zur Verfügung steht, die gemeinsam mit dem idealen Anpassungsübertrager durch einen festgekoppelten Übertrager verwirklicht werden kann. Dies ist bei der Synthese von spulenarmen Schaltungen bzw. parametrischen Filtern regelmäßig nicht der Fall.

6.1 Einfache Norton-Transformation

Sind beim Einsatz eines solchen Filters verschiedene Einbettungswiderstände am Eingang und Ausgang und die damit verbundene Pegeländerung nicht zulässig, so läßt sich vielfach im Rahmen der im folgenden dargestellten Bedingungen durch Aufspaltung einer Kapazität mit Norton-Transformation formal ein idealer Übertrager mit dem gewünschten Übersetzungsverhältnis erzeugen.

Dieses Vorgehen ist natürlich auch bei Induktivitäten oder komplexeren Impedanzen denkbar, jedoch ist dort der schaltungstechnische Aufwand größer als bei der oben angesprochenen Lösung mit einem festgekoppelten Übertrager.

Je nach Netzwerkstruktur sind die folgenden Transformationsmöglichkeiten durchführbar.

6.1.1 Längs-Querzweig-Transformation

Voraussetzung für die Verwendung dieser Norton-Transformation ist, daß im Netzwerk eine Struktur wie in Bild 6.1a besteht, wobei die Impedanzen Z_1 und Z_2 sich nur um einen reellen konstanten Faktor unterscheiden dürfen.

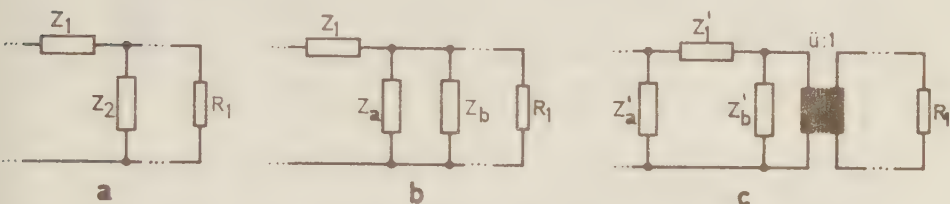


Bild 6.1: Rechtsseitige Norton-Transformation bei Längs-Querimpedanzen

Soll der Abschlußwiderstand R_1 einen vorgeschriebenen Wert R_O annehmen, so muß durch die durchzuführende Norton-Transformation ein idealer Übertrager mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \sqrt{R_O / R_1}$$

entstehen. Hierzu teilt man die Impedanz Z_2 auf in einen Anteil Z_a und Z_b und führt mit Z_a und Z_1 die Norton-Umformung durch.

Es ergibt sich

$$Z_a = \frac{Z_1}{\sqrt{R_O / R_1} - 1}, \quad (6.1)$$

wobei der angestrebte Abschlußwiderstand R_O nur im Bereich

$$R_1 < R_O \leq R_1 \left(\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \right)^2 \quad (6.2)$$

liegen darf, wenn die Impedanzen Z_1' , Z_a' sowie Z_b' positiv bleiben sollen.

Teilt man die Impedanz Z_1 in Z_x und Z_y auf und führt die Norton-Transformation mit Z_y und Z_2 wie in Bild 6.2 durch,

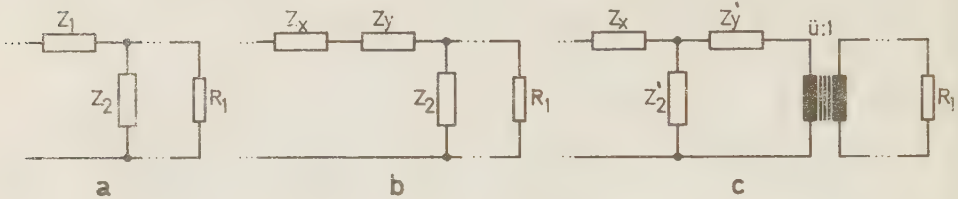


Bild 6.2: Linksseitige Norton-Transformation bei Längs-Querimpedanzen

so ergibt sich

$$Z_y = Z_2 \left(\sqrt{R_O / R_1} - 1 \right), \quad (6.3)$$

wobei auch hier R_O nur im Bereich

$$R_1 < R_O \leq R_1 \left(\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \right)^2 \quad (6.2)$$

liegen darf.

6.1.2 Quer-Längszweig-Transformation

Findet sich im Netzwerk eine Struktur wie in Bild 6.3a, wobei sich die Impedanzen Z_1 und Z_2 lediglich um einen reellen konstanten Faktor unterscheiden dürfen, so lässt sich die Impedanz Z_1 in Z_a und Z_b aufteilen.

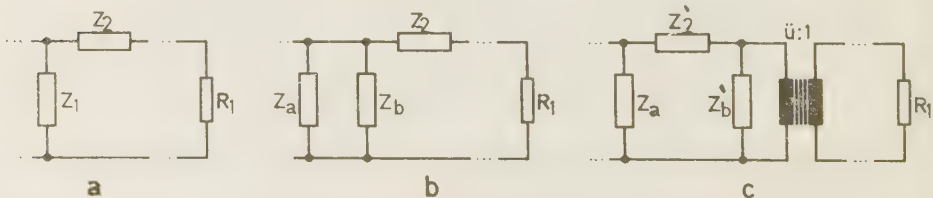


Bild 6.3: Linksseitige Norton-Transformation bei Quer-Längsimpedanzen

Führt man mit Z_b und Z_2 die Norton-Umformung durch, so ergibt sich

$$Z_b = \frac{Z_2}{\sqrt{R_1 / R_0} - 1} \quad (6.4)$$

wenn ein idealer Übertrager mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \sqrt{R_0 / R_1}$$

entstehen soll. Die gewünschte Abschlußimpedanz muß im Bereich

$$R_1 \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \leq R_0 < R_1 \quad (6.5)$$

liegen, damit die entstehenden Impedanzen Z_a , Z'_b und Z'_2 positiv werden.

Teilt man die Impedanz Z_2 in Z_x und Z_y auf, wie in Bild 6.4 dargestellt, und führt die Norton-Transformation mit Z_1 und Z_x durch,

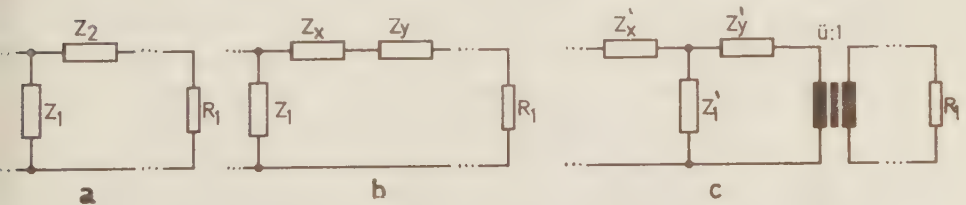


Bild 6.4: Rechtsseitige Norton-Transformation bei Quer-Längsimpedanzen

so ergibt sich

$$Z_x = Z_1 (\sqrt{R_1 / R_0} - 1) \quad (6.6)$$

wobei auch hier R_0 nur im Bereich

$$R_1 \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \leq R_0 < R_1 \quad (6.5)$$

liegen darf.

6.2 Impedanzanpassung mit Hilfe der erweiterten Norton-Umformung

Bei den zulässigen Bereichen für den gewünschten Abschlußwiderstand (6.2) und (6.5) ist die eine Grenze unabhängig von den zur Norton-Transformation benutzten Schaltelementen. So ist bei der Benutzung einer Längs-Querstruktur wie in Bild 6.1 und 6.2 nur eine Erhöhung, bei der Benutzung einer Quer-Längsstruktur wie in Bild 6.3 und 6.4 nur eine Verminderung des Abschlußwiderstands möglich. Die andere Grenze, d.h. der maximale Faktor, mit dem die Erhöhung bzw. Verminderung erfolgen kann, wird durch Anwendung der Norton-Transformation auf mehr als ein Element vergrößert.

6.2.1 Rechtsseitige Längs-Querzweig-Transformation

Liegt eine Abzweigstruktur wie in Bild 6.5 vor, so muß vorausgesetzt werden, daß die Impedanzen Z_v ($v = 0 \dots n$) sich lediglich um einen reellen Faktor unterscheiden. Die Impedanzen Y_μ ($\mu = 1 \dots n-1$) können jede beliebige Struktur besitzen. Netzwerke dieser Struktur entstehen stets, wenn eine Polstelle bei Null bzw. im Unendlichen zur Teilabspaltung benutzt wird und am Ende ein Vollabbau einer Nullstelle im Unendlichen bzw. bei Null erfolgt. Die Impedanz Z_0 läßt sich in die Impedanzen Z_A und Z_R aufspalten.

Führt man mit der Impedanz Z_A im Querzweig und den Impedanzen Z_v ($v = 1 \dots n$) im Längszweig mehrfach die Norton-Transformation durch, so ergibt sich das in Bild 6.6 dargestellte Netzwerk.

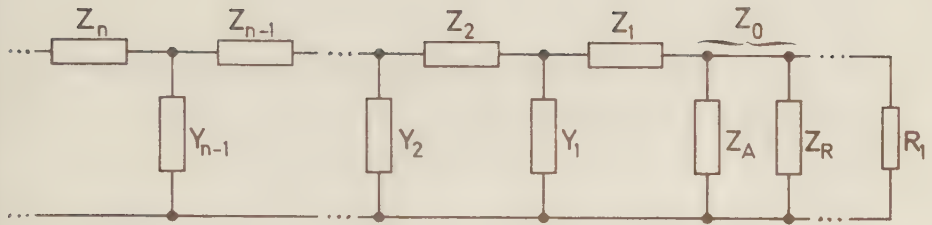


Bild 6.5: Abzweigschaltung vor Durchführung der erweiterten Norton-Transformation

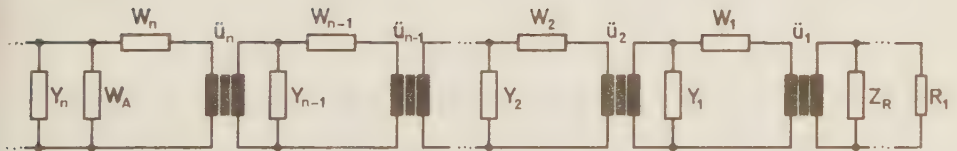


Bild 6.6: Netzwerk mit idealen Übertragern nach Norton-Umformung

Für die Netzwerkelemente gilt:

$$\ddot{u}_k = \frac{Z_A + \sum_{v=1}^k Z_v}{Z_A + \sum_{\mu=1}^{k-1} Z_\mu} \quad (k = 2 \dots n)$$

$$\ddot{u}_1 = 1 + Z_1 / Z_A$$

$$W_A = Z_A + \sum_{v=1}^n Z_v$$

$$W_k = Z_k \cdot \ddot{u}_k \quad (k = 1 \dots n)$$

Berücksichtigt man die idealen Übertrager in den rechts von ihnen gelegenen Impedanzen, so erhält man das Netzwerk in Bild 6.7.

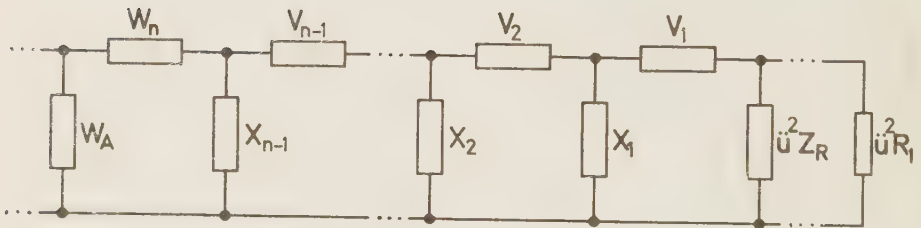


Bild 6.7: Netzwerk nach der rechtsseitigen erweiterten Norton-Transformation

Für die Netzwerkelemente ergeben sich die Werte

$$X_k = Y_k \prod_{v=k+1}^n \ddot{u}_v^2 \quad (k = 1 \dots n-1) \quad (6.9)$$

$$V_k = Z_k \cdot \ddot{u}_k \prod_{v=k+1}^n \ddot{u}_v^2 \quad (k = 1 \dots n-1) \quad (6.10)$$

$$\ddot{u} = \prod_{v=1}^n \ddot{u}_v = 1 + \frac{1}{Z_A} \sum_{v=1}^n Z_v \quad (6.11)$$

Soll der Abschlußwiderstand R_1 durch diese Transformation auf den Wert $\sqrt{R_0} = R_1$ gebracht werden, so muß

$$Z_A = \frac{\sum_{v=1}^n Z_v}{\sqrt{R_0/R_1} - 1} \quad (6.12)$$

gewählt werden. Hierbei kann R_0 im Bereich

$$R_1 < R_0 \leq R_1 \left(\frac{\sum_{v=0}^n Z_v}{Z_0} \right)^2 \quad (6.13)$$

liegen.

6.2.2 Linksseitige Quer-Längszweig-Transformation

Besitzt das zu transformierende Netzwerk die in Bild 6.8 dargestellte Struktur, so läßt sich die Querimpedanz Z_0 am linken Ende in die Impedanzen Z_G und Z_B aufspalten. Zur Durchführung

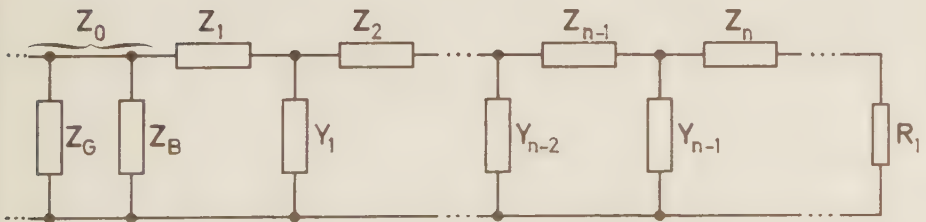


Bild 6.8: Abzweigschaltung vor der linksseitigen erweiterten Norton-Transformation

der erweiterten Norton-Transformation müssen die Impedanzen Z_B und Z_v ($v = 1 \dots n$) bis auf einen reellen Faktor überein-

stimmen. Die Impedanzen Y_v ($v = 1 \dots n-1$) können von beliebigem Typ sein. Ist die Umformung ausgeführt und sind die dabei entstandenen idealen Übertrager in den jeweils rechts von ihnen stehenden Impedanzen berücksichtigt, so entsteht das Netzwerk Bild 6.9.

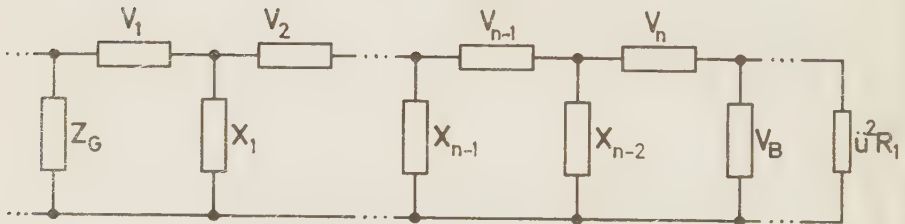


Bild 6.9: Netzwerk nach der Norton-Umformung

Für die Netzwerkelemente gilt:

$$X_k = Y_k \prod_{v=1}^k \ddot{u}_v^2 \quad (k = 1 \dots n-1) \quad (6.14)$$

$$V_k = \frac{1}{\ddot{u}_k} \prod_{v=1}^k \ddot{u}_v^2 Z_k \quad (k = 2 \dots n) \quad (6.15)$$

Mit

$$\ddot{u}_k = \frac{Z_B + \sum_{v=1}^{k-1} Z_v}{Z_B + \sum_{\mu=1}^k Z_{\mu}} \quad (k = 2 \dots n)$$

$$\ddot{u}_1 = \frac{Z_B}{Z_1 + Z_B}$$

ergibt sich als Gesamtübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \prod_{v=1}^n \ddot{u}_v = \frac{Z_B}{Z_B + \sum_{v=1}^n Z_v} \quad (6.16)$$

Soll der Abschlußwiderstand R_1 auf den Wert $R_O = \ddot{u}^2 R_1$ transformiert werden, so wird

$$Z_B = \frac{\sum_{v=1}^n Z_v}{\sqrt{R_1 / R_O} - 1} \quad (6.17)$$

gewählt. Hierbei darf R_O im Bereich

$$R_1 \left(\frac{Z_O}{\sum_{v=0}^n Z_v} \right)^2 \leq R_O < R_1 \quad (6.18)$$

liegen.

6.2.3 Rechtsseitige Quer-Längszweig-Transformation

Liegt eine Netzwerkstruktur wie in Bild 6.10 vor, so läßt sich die Impedanz Y_O in Y_Q und Y_R aufspalten. Zur Durchführung der erweiterten Norton-Transformation muß vorausgesetzt werden, daß sich die Impedanzen Y_A und Y_v ($v = 1 \dots n$) lediglich um einen reellen Faktor unterscheiden.

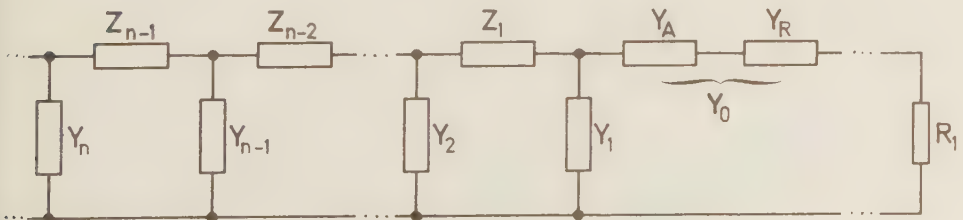


Bild 6.10: Abzweigschaltung vor der Umformung

Die Impedanzen Z_v ($v = 1 \dots n-1$) können jede beliebige Struktur besitzen. Nach Durchführung der Umformung ergibt sich die Netzwerkstruktur in Bild 6.11, wobei entstandene ideale Übertrager in die rechts von ihnen gelegenen Impedanzen mit einbezogen werden.

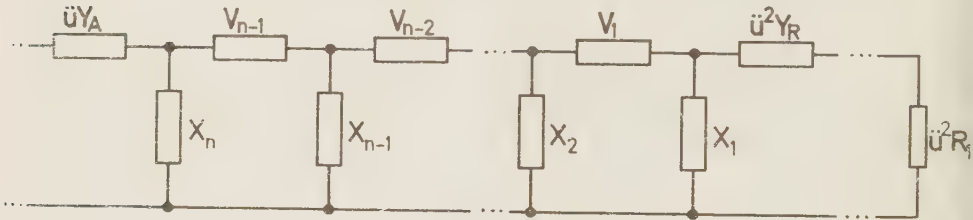


Bild 6.11: Netzwerk nach der rechtsseitigen erweiterten Norton-Umformung

Für die Netzwerkelemente gelten die Werte:

$$X_k = \frac{y_k}{\ddot{u}_k} \prod_{v=k}^n \ddot{u}_k^2 \quad (k = 1 \dots n) \quad (6.19)$$

$$V_k = z_k \prod_{v=k+1}^n \ddot{u}_v^2 \quad (k = 1 \dots n-1) \quad (6.20)$$

Mit

$$\ddot{u}_k = \frac{1/y_A + \sum_{v=1}^{k-1} 1/y_v}{1/y_A + \sum_{\mu=1}^k 1/y_\mu} \quad (k = 2 \dots n)$$

$$\ddot{u}_1 = \frac{y_A}{y_A + y_1}$$

ergibt sich als Gesamtübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \prod_{v=1}^n \ddot{u}_v = \frac{1}{1 + y_A \sum_{v=1}^n 1/y_v} . \quad (6.21)$$

Soll der Abschlußwiderstand R_1 auf den Wert $R_O = \ddot{u}^2 R_1$ transformiert werden, so wird

$$y_A = \frac{\sqrt{R_1/R_O} - 1}{\sum_{v=1}^n 1/y_v} \quad (6.22)$$

gewählt. Der gewünschte Abschlußwiderstand R_O muß im Bereich

$$\frac{R_1}{\left(y_O \sum_{v=0}^n 1/y_v \right)^2} \leq R_O < R_1 \quad (6.23)$$

liegen.

6.2.4 Linksseitige Längs-Querzweig-Transformation

Besitzt das zu transformierende Netzwerk die Struktur wie in Bild 6.12, so läßt sich die Impedanz Y_O in Y_G und Y_B aufspalten. Zur Durchführung der Transformation müssen Y_B und Y_v ($v = 1 \dots n$) Impedanzen gleichen Typs sein, d.h. sie müssen bis auf einen konstanten Faktor übereinstimmen.

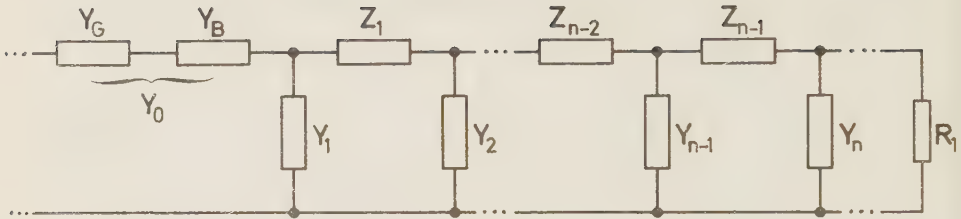


Bild 6.12: Abzweigschaltung vor der Umformung

Die Impedanzen Z_v ($v = 1 \dots n-1$) können beliebiger Struktur sein. Führt man die Umformung durch und berücksichtigt die entstehenden idealen Übertrager in den jeweils rechts von ihnen liegenden Impedanzen, so entsteht das Netzwerk in Bild 6.13.

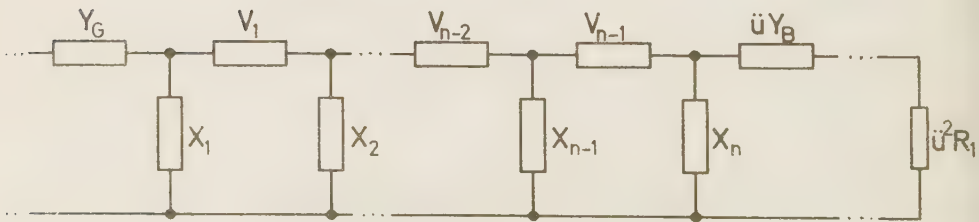


Bild 6.13: Netzwerk nach der linksseitigen erweiterten Norton-Transformation

Für die Netzwerkelemente ergeben sich die Werte:

$$X_k = \frac{Y_k}{\ddot{u}_k} \prod_{v=1}^k \ddot{u}_v^2 \quad (k = 1 \dots n) \quad (6.24)$$

$$v_k = z_k \cdot \prod_{v=1}^k \ddot{u}_v^2 \quad (k = 1 \dots n-1) \quad (6.25)$$

Mit

$$\ddot{u}_k = \frac{1/y_B + \sum_{v=1}^k 1/y_v}{1/y_B + \sum_{v=1}^{k-1} 1/y_v} \quad (k = 2 \dots n)$$

ergibt sich das Gesamtübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \prod_{v=1}^n \ddot{u}_v = 1 + y_B \sum_{v=1}^n 1/y_v \quad (6.26)$$

Soll der Abschlußwiderstand R_1 den gewünschten Wert $R_O = \ddot{u}^2 R_1$ annehmen, so muß

$$y_B = \frac{\sqrt{R_O/R_1} - 1}{\sum_{v=1}^n 1/y_v} \quad (6.27)$$

gewählt werden. Für R_O ist der Bereich

$$R_1 < R_O \leq R_1 \left\{ y_O \sum_{v=0}^n 1/y_v \right\}^2 \quad (6.28)$$

zulässig.

6.3 Anwendungsbeispiel für die erweiterte Norton-Transformation

Im Bild 6.14 ist der Frequenzgang eines durch LCSYN realisierten Filters dargestellt.

Bild 6.15 zeigt die entstandene Netzwerkstruktur, wobei die Bauelementewerte der Tabelle 6.1 entnommen werden können. Querszeigelemente sind durch eine negative Zweignummer gekennzeichnet. Es ergab sich bei der Synthese ein normierter Abschluß-

widerstand $R = 9.56 \cdot 10^{-3}$, der durch einen Ausgangsübertrager dem Wert Eins angepaßt werden müßte. Eine einfache Norton-Transformation der beiden letzten Kapazitäten führt nicht zum gewünschten Ergebnis, da die Bedingung (6.5) nicht erfüllt ist.

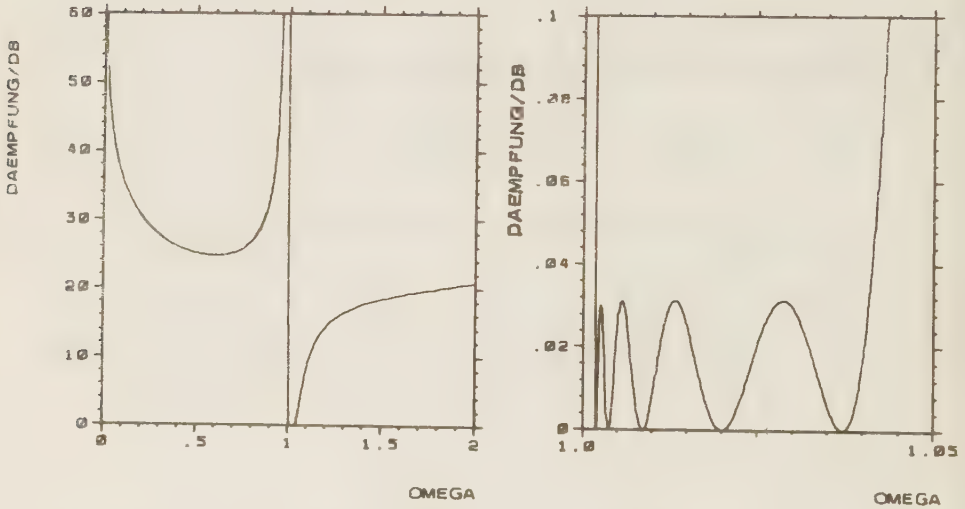


Bild 6.14: a) Realisiertes Filter b) Durchlaßbereich im vergrößerten Maßstab

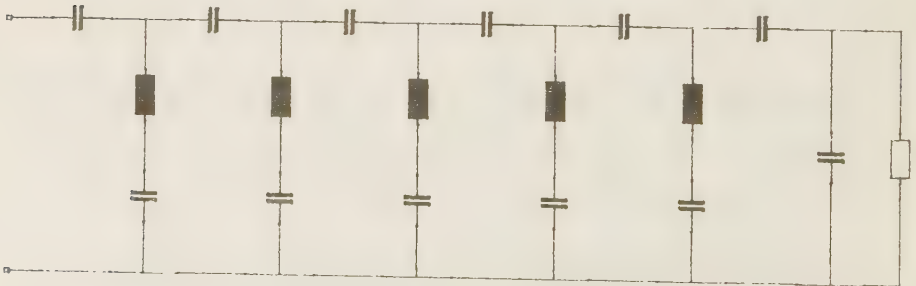


Bild 6.15: Schaltungsstruktur nach der Synthese

1. C = 2.4717038E+00
- 2. C = 2.4158542E-01 L = 4.4580305E+00
3. C = 2.3400607E+00
- 4. C = 1.4674024E-01 L = 6.8447138E+00
5. C = 8.2920789E+00
- 6. C = 4.4176296E-01 L = 2.2816182E+00
7. C = 1.5269334E+01
- 8. C = 1.8217034E+00 L = 5.5877482E-01
9. C = 3.9308891E+01
- 10. C = 8.1364332E+00 L = 1.2795636E-01
11. C = 4.0307029E+02
- 12. C = 9.9024925E+01
13. R = 9.5627139E-03

BETRAGS-VERHAELTNIS: LMAX / LMIN = 6.8E+00 / 1.3E-01 = 5.3E+01
 BETRAGS-VERHAELTNIS: CMAX / CMIN = 4.0E+02 / 1.5E-01 = 2.7E+03

Tabelle 6.1: Bauelementewerte nach der Synthese

Durch eine erweiterte rechtsseitige Längs-Querzweig-Norton-Umformung läßt sich exakt der Abschlußwiderstand Eins erzielen. Hierzu wird eine zusätzliche Kapazität benötigt, wie man in Bild 6.16 erkennt. Diesen etwas vergrößerten Realisierungsaufwand nimmt man gern in Kauf, insbesondere wenn man die Bauelementestreuung betrachtet, die bei den Induktivitäten von 53 auf 8, bei den Kapazitäten von $2.7 \cdot 10^3$ auf $3.4 \cdot 10^2$ abgenommen hat.

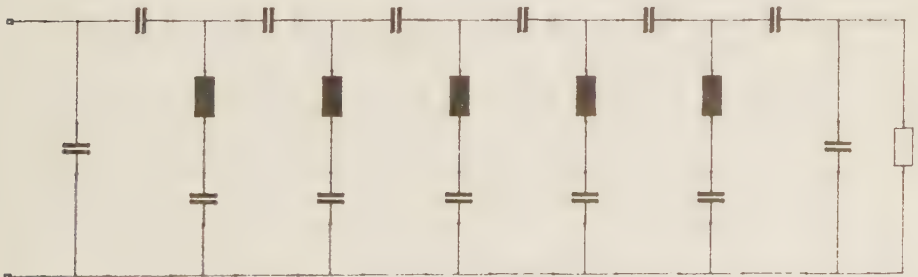


Bild 6.16: Schaltungsstruktur nach der erweiterten Norton-Umformung

Diese Verbesserung der Streuung der Bauelementewerte konnte bei allen behandelten Beispielen beobachtet werden.

-1. C= 8.6259464E-01
2. C= 1.6091092E+00
-3. C= 1.0238796E-01 L= 1.0518768E+01
4. C= 4.3019745E-01
-5. C= 1.1701795E-02 L= 8.5832555E+01
6. C= 4.1766212E-01
-7. C= 1.4054304E-02 L= 7.1717133E+01
8. C= 3.3192375E-01
-9. C= 2.7057900E-02 L= 3.7620140E+01
10. C= 4.7873080E-01
-11. C= 8.1249144E-02 L= 1.2813776E+01
12. C= 3.9387982E+00
-13. C= 8.6259464E-01
14. R= 1.0000000E+00

BETRAGS-VERHAELTNIS: LMAX / LMIN = 8.6E+01 / 1.1E+01 = 8.2E+00
BETRAGS-VERHAELTNIS: CMAX / CMIN = 3.9E+00 / 1.2E-02 = 3.4E+02

Tabelle 6.2: Bauelementewerte zu Bild 6.16

7. NUMERISCHE ASPEKTE DER RECHNERGESTÜTZTEN SYNTHESE

Bei der Synthese von Reaktanzzeitorien nach dem im Abschnitt 2 dargestellten Verfahren treten bei jedem Entwicklungsschritt Summen bzw. Differenzen von zwei rationalen Funktionen auf, die sich letztlich auf die Addition zweier Polynome, nämlich erweiterter Zählerpolynome, zurückführen lassen. Zu berechnen ist das Summenpolynom

$$S(p) = A(p) + B(p),$$

wenn mit $A(p)$ und $B(p)$ die beiden Summanden bezeichnet werden. Zur numerischen Bestimmung eines Polynoms kann man seine Koeffizienten s_v

$$S(p) = \sum_{v=0}^n s_v p^v$$

oder seine Nullstellen σ_v sowie einen konstanten Faktor σ_0

$$S(p) = \sigma_0 \prod_{v=1}^n (p - \sigma_v)$$

benutzen.

7.1 Betrachtungen zur Rechengenauigkeit

Im Hinblick auf eine präzise numerische Durchführung des Syntheseprozesses muß die Empfindlichkeit eines Polynoms bezüglich Rundungsfehler der Koeffizienten und Nullstellen, wie sie bei einer endlichen Rechengenauigkeit auftreten, betrachtet werden.

7.1.1 Einfluß einer endlichen Koeffizientengenauigkeit

Bezeichnet man mit

$$S(p) = \sigma_0 \prod_{v=1}^n (p - \sigma_v) = \sum_{\mu=0}^n s_{\mu} p^{\mu}$$

das exakte Polynom und mit

$$S_{\kappa}(p) = \sigma_{0\kappa} \prod_{v=1}^n (p - \sigma_{v\kappa}) = \sum_{\mu=0}^n s_{\mu} p^{\mu} + \varepsilon s_{\kappa} p^{\kappa}$$

das Polynom, das sich ergibt, wenn der Koeffizient s_{κ} mit einem Fehler εs_{κ} behaftet ist, so gilt

$$S_{\kappa}(p) = S(p) + \varepsilon s_{\kappa} p^{\kappa}.$$

An einer Nullstelle $\sigma_{i\kappa}$ des Polynoms $S_{\kappa}(p)$ gilt

$$S(\sigma_{i\kappa}) + \varepsilon s_{\kappa} \sigma_{i\kappa}^{\kappa} = 0.$$

Geht man davon aus, daß sich die Nullstelle $\sigma_{i\kappa}$ nur um den kleinen Wert $\delta_i \sigma_i$ von der Nullstelle σ_i entfernt hat, so gilt in erster Näherung

$$S(\sigma_i) + \delta_i \sigma_i S'(\sigma_i) + \varepsilon s_{\kappa} \sigma_{i\kappa}^{\kappa} \approx 0.$$

Da σ_i eine Nullstelle von $S(p)$ ist, ergibt sich

$$\delta_i \approx - \frac{\varepsilon s_{\kappa} \sigma_{i\kappa}^{\kappa}}{S'(\sigma_{i\kappa}) \sigma_i}$$

oder, da $\sigma_i \approx \sigma_{i\kappa}$, ist

$$\delta_i \approx - \frac{\varepsilon s_{\kappa}}{S'(\sigma_i)} \sigma_i^{\kappa-1}.$$

Setzt man den gleichen relativen Fehler ε bei allen Koeffizienten eines Polynoms voraus, so läßt sich der relative Gesamtfehler einer Nullstelle abschätzen als

$$|\Delta_i| \leq \frac{\varepsilon}{|S'(\sigma_i)\sigma_i|} \sum_{\kappa=0}^n |s_{\kappa}\sigma_i^{\kappa}| \quad (7.1)$$

Man erkennt in (7.1), daß erhebliche Fehler bei mehrfachen oder eng benachbarten Nullstellen auftreten können. Der bei der Synthese von engen Bandpässen häufig auftretende Fall, daß sich alle Nullstellen in der Gegend von Eins zu beiden Seiten der auf Eins normierten Durchlaßfrequenz befinden, wird von ENTENMANN /EN1/ betrachtet. Dort ist

$$|\sigma_i^{\kappa-1}| \approx 1 \quad \text{und} \quad |s_{\kappa}| \approx \binom{n}{\kappa},$$

so daß sich

$$|\Delta_i| \approx \frac{\varepsilon}{|S'(\sigma_i)|} \cdot 2^n \quad (7.2)$$

ergibt.

7.1.2 Einfluß der endlichen Nullstellengenauigkeit

Betrachtet man das Polynom

$$S(p) = A(p) + B(p)$$

und untersucht den Einfluß, den ein Rundungsfehler bei einer Nullstelle β_κ des Polynoms $B(p)$ auf die Nullstellen des Polynoms $S(p)$ hat, so gilt für das fehlerbehaftete Polynom

$$S_\kappa(p) = A(p) + B(p) \cdot \frac{p - (\beta_\kappa + \varepsilon\beta_\kappa)}{p - \beta_\kappa}$$

oder

$$S_\kappa(p) = S(p) - B(p) \frac{\varepsilon\beta_\kappa}{p - \beta_\kappa}.$$

Geht man davon aus, daß die Nullstelle σ_i von $S(p)$ nur um den geringen Wert $\delta_i\sigma_i$ auf $\sigma_{i\kappa}$ verschoben wird, so gilt in erster Näherung

$$S_\kappa(\sigma_{i\kappa}) \approx S(\sigma_i) + S'(\sigma_i)\delta_i\sigma_i - B(\sigma_{i\kappa}) \frac{\varepsilon\beta_\kappa}{\sigma_{i\kappa} - \beta_\kappa} = 0.$$

Da σ_i eine Nullstelle von $S(p)$ ist, gilt

$$\delta_i \approx \frac{B(\sigma_{i\kappa})\varepsilon\beta_\kappa}{S'(\sigma_i)\sigma_i(\sigma_{i\kappa} - \beta_\kappa)}.$$

Für den Gesamtfehler Δ_i von σ_i bei gleicher relativer Änderung aller Nullstellen α_κ von A und aller Nullstellen β_κ von B ergibt sich

$$|\Delta_i| \leq \frac{\varepsilon}{|S'(\sigma_i)\sigma_i|} \cdot |B(\sigma_i)| \cdot \left(\sum_{\kappa=1}^n \frac{|\alpha_\kappa|}{|\sigma_i - \alpha_\kappa|} + \frac{|\beta_\kappa|}{|\sigma_i - \beta_\kappa|} \right), \quad (7.3)$$

wenn man berücksichtigt, daß an einer Nullstelle von $S(p)$

$$A(p) = B(p)$$

gilt.

Mit den in Abschnitt 7.1.1 gemachten Annahmen und

$$\left| \frac{B(\sigma_i) \alpha_k}{\sigma_i - \alpha_k} \right| \approx \left| \frac{B(\sigma_i) \beta_k}{\sigma_i - \beta_k} \right| \approx 1$$

gibt ENTENMANN /EN1/ für den Fehler

$$|\Delta_i| \approx \frac{\varepsilon}{|S'(\sigma_i)|} \cdot 2n \quad (7.4)$$

an.

Diese Abschätzungen zeigen im Vergleich zu den Abschätzungen in Abschnitt 7.1.1, daß zur Berechnung von Polynomen die Nullstellendarstellung wesentlich genauer ist als die Koeffizientenform, wenn nur eine endliche Stellenzahl zur Verfügung steht. Diese Eigenschaft wird bei der numerischen Durchführung des Abspaltverfahrens benutzt, um zu verhindern, daß bei fortlaufendem Abbauprozess die Rundungsfehler ein erträgliches Maß übersteigen.

7.2 Numerische Bestimmung der Nullstellen einer Summe von Polynomen

Die Addition zweier Polynome, deren Koeffizienten gegeben sind, ist unproblematisch, wenn die Koeffizienten des Summenpolynoms gesucht werden. Schwieriger gestaltet sich die Addition zweier Polynome, wenn aus den Nullstellen sowie den konstanten Faktoren der Summandenpolynome die Nullstellen sowie der konstante Faktor des Summenpolynoms bestimmt werden sollen:

$$S(x) = \sigma_0 \prod_{v=1}^n (x - \sigma_v) = \alpha_0 \prod_{\mu=1}^m (x - \alpha_\mu) + \beta_0 \prod_{\lambda=1}^l (x - \beta_\lambda).$$

Da die Nullstellenbestimmung das zentral numerische Problem bei der rechnergestützten Reaktanzzweitersynthese ist, muß hierzu ein automatisch arbeitendes Verfahren benutzt werden, das sowohl zuverlässig als auch schnell ist und das keine problemspezifischen Parameterangaben benötigt, wie es z.B. bei Frequenztransformationsmethoden der Fall ist /EC1, BI1/.

Bei der Sichtung der bisher bekannten Lösungen dieses oder ähnlich gelagerter Probleme fällt auf, daß fast ausschließlich das Newton-Raphson-Verfahren zur numerischen Nullstellensuche benutzt wird /HA1, TH1, WE3, WE4/. Lediglich bei der numerischen Analyse von elektrischen Netzwerken ist von WEHRHAHN /WE2/ ein anderes, auch allgemein verwendbares Verfahren zur Nullstellensuche entwickelt worden. In den übrigen Fällen handelt es sich um Algorithmen für spezielle Polynome, z.B. den geraden und den ungeraden Teil eines Hurwitzpolynoms /EC1/ oder um Verfahren, die von den Koeffizienten eines Polynoms ausgehen, was hier vermieden werden muß.

7.2.1 Verfahren zur Nullstellenberechnung

Da Verfahren, die von den Koeffizienten eines Polynoms ausgehen, wie das Resultanten-Verfahren /RA1/ oder das Verfahren nach GRAEFFE/WI1/, hier nicht verwendet werden können, werden im folgenden nur iterative Verfahren betrachtet, die auf allgemeine Funktionen anwendbar sind, d.h. solche Verfahren, die mit diskreten Funktionswerten oder den Werten der Ableitung an diskreten Stellen arbeiten. Hier wird besonders die Klasse von Verfahren untersucht, die darauf beruhen, die Funktion, deren Nullstellen zu bestimmen sind, in einer Taylor-Reihe

$$f(x+\Delta x) = \sum_{v=0}^n \frac{f(x)^{(v)}}{v!} \Delta x^v \quad (7.5)$$

zu entwickeln und diese nach dem n-ten Glied

$$f(x+\Delta x) = \sum_{v=0}^n \frac{f^{(v)}(x)}{v!} \Delta x^v + R_n(\Delta x) \quad (7.6)$$

abzubrechen. Das Restglied

$$R_n(\Delta x) < \max_{\alpha \in (x, x+\Delta x)} \left| \frac{\Delta x^{n+1}}{(n+1)!} \cdot f^{(n+1)}(\alpha) \right| \quad (7.7)$$

kann für kleine Werte Δx vernachlässigt werden. Die Nullstellen von $f(x)$ lassen sich aus der Beziehung

$$f(x+\Delta x) \stackrel{!}{=} 0$$

oder mit Gl. (7.6)

$$\sum_{v=0}^n \frac{f^{(v)}(x)}{v!} \Delta x^v = 0 \quad (7.8)$$

bestimmen.

Eine geschlossene Lösung für Δx aus Gl. (7.8) ist für die Werte $n = 1$ und $n = 2$ möglich. Es ergeben sich daraus Verfahren linearer und quadratischer Extrapolation.

7.2.1.1 Nullstellenbestimmung durch lineare Extrapolation

Das bekannteste iterative Verfahren zur Nullstellenbestimmung, das NEWTON-RAPHSON-Verfahren, besteht aus einer linearen Extrapolation. Für $n = 1$ ergibt sich aus Gl. (7.8)

$$f'(x) \Delta x + f(x) = 0$$

die Lösung

$$\Delta x = - \frac{f(x)}{f'(x)} .$$

Daraus läßt sich die Iterationsformel

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (7.9)$$

ableiten. Die Funktion $f(x)$ wird hierbei durch ihre Tangente im Punkt x_i angenähert und deren Nullstelle als neuer Schätzwert x_{i+1} für die nächste Iteration benutzt (Bild 7.1).

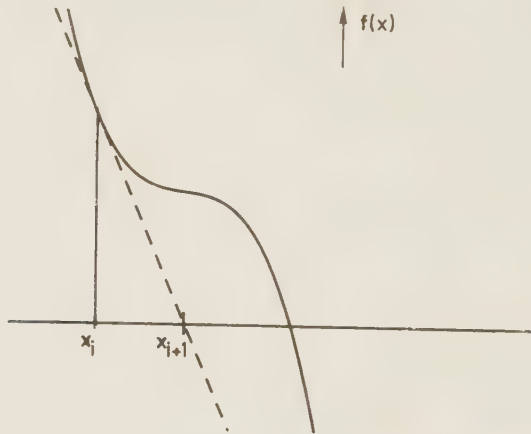


Bild 7.1: Verbesserungsschritt nach NEWTON-RAPHSON.

Nähert man die Tangente im Punkt x_i durch eine Gerade durch die Punkte $(x_{i-1}, f(x_{i-1}))$ und $(x_i, f(x_i))$ an, so erhält man das Sekantenverfahren (Bild 7.2), das auch als Regula falsi bekannt ist.

Die Iterationsformel hierzu lautet

$$x_{i+1} = x_i - \frac{x_i - x_{i-1}}{f(x_i) - f(x_{i-1})} f(x_i) \quad (7.10)$$

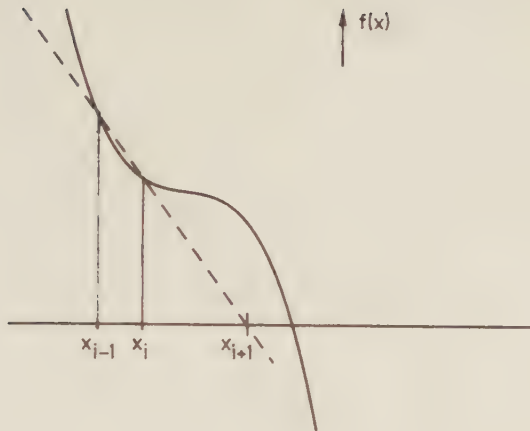


Bild 7.2: Iterationsschritt nach dem Sekantenverfahren

7.2.1,2 Nullstellenbestimmung durch quadratische Extrapolation

Bricht man die Taylor-Reihe (7.8) bei $n = 2$ ab, ergibt sich die quadratische Gleichung

$$\frac{f''(x)}{2} \Delta x^2 + f'(x) \Delta x + f(x) = 0$$

mit den Lösungen

$$\Delta x_{1/2} = - \frac{f'(x)}{f''(x)} \pm \frac{1}{f''(x)} \sqrt{f'^2(x) - 2f'(x)f''(x)} .$$

Auf diese Methode lassen sich die Verfahren von LAGUERRE und HALLEY zurückführen. Graphisch kann man dieses Verfahren als Parabelapproximation in einem Punkt x_i deuten, wobei

als Stützstelle für die nächste Iteration die dem Punkt x_i zunächst gelegene Nullstelle der Approximationsparabel benutzt wird (Bild 7.3).

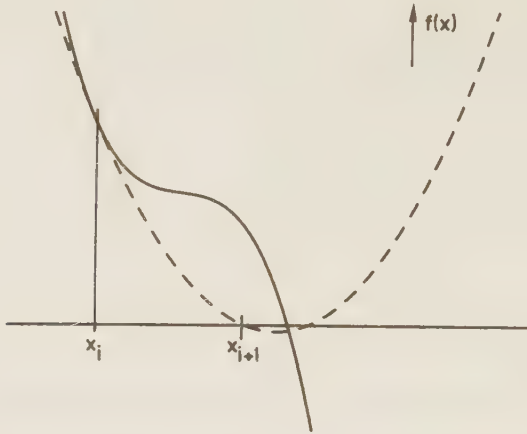


Bild 7.3: Approximationsschritt bei einer Einpunktparabelapproximation

Geht man analog dem Übergang vom NEWTON-RAPHSON-Verfahren zur Regula falsi von der Parabelapproximation durch einen Punkt, wobei die erste und zweite Ableitung benötigt werden, über zu einer Parabelapproximation durch drei Punkte (Bild 7.4), so ergibt sich ein von MULLER /MU1/ angegebenes Iterationsverfahren.

Im folgenden sollen diese Verfahren auf ihre Verwendbarkeit bei der rechnergestützten Netzwerksynthese untersucht werden.

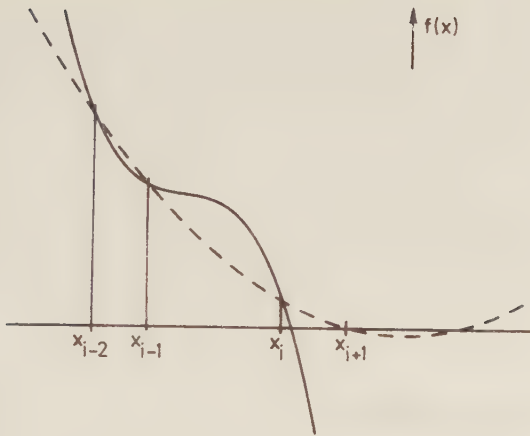


Bild 7.4: Approximationsschritt nach dem MULLER-Verfahren

7.2.2 Vergleich der Iterationsverfahren

Fehlerabschätzungen oder Betrachtung der Konvergenzordnung liefern nur unzureichende Aussagen über die Brauchbarkeit eines numerischen Verfahrens. RALSTON und WILF /RA1/ geben aus diesem Grund Werte für die "Wirksamkeit" der verschiedenen Verfahren an. Dabei wird jedoch das Konvergenzverhalten im Großen nicht berücksichtigt, obwohl gerade dies bei einem universell einzusetzenden Verfahren, das auch mit schlechten Startwerten arbeiten soll, von größter Bedeutung ist.

7.2.2.1 Numerische Wirksamkeit der Verfahren

Als Maß für die numerische Wirksamkeit wird hier der maschinenspezifische Aufwand zur Durchführung eines Entwicklungsschritts bezogen auf die Konvergenzordnung betrachtet.

Verfahren	Newton Raphson	Sekanten	Laguerre	Muller
Konvergenz- ordnung	2.0	1.618	3.0	1.839
Zu berechnen- de Werte	$f(x),$ $f'(x)$	$f(x)$	$f(x), f'(x),$ $f''(x)$	$f(x)$

Tabelle 7.1: Konvergenzordnung der betrachteten Verfahren

In Tabelle 7.1 sind die Konvergenzordnung sowie die zur Durchführung eines Iterationsschritts benötigten Funktionswerte aufgeführt. Beim Sekantenverfahren ist ein zusätzlicher Funktionswert, beim MULLER-Verfahren sind zwei zusätzliche Funktionswerte bei der Anlaufrechnung nötig. Dieser einmalige Aufwand kann bei Problemen, die mehr als ca. 10 Iterationen erfordern, vernachlässigt werden.

Zur Abschätzung der benötigten Rechenzeit pro Funktionswertberechnung wird die Anzahl der Operationen betrachtet. Für eine Funktionswertberechnung des Ausdrucks

$$f(x) = \alpha_0 \prod_{v=1}^n (x - \alpha_v) + \beta_0 \prod_{\mu=1}^n (x - \beta_\mu) \quad (7.11)$$

sind $2n+1$ Additionen bzw. Subtraktionen und $2n$ Multiplikationen erforderlich. Dies entspricht einer Rechenzeit von etwa

$$t_0 = (730n + 145) \mu\text{sec}^1).$$

Die erste Ableitung der gesuchten Funktion läßt sich auf zwei verschiedenen Wegen ermitteln:

$$f'(x) = \alpha_0 \sum_{v=1}^n \prod_{\substack{\mu=1 \\ \mu \neq v}}^n (x - \alpha_\mu) + \beta_0 \sum_{r=1}^n \prod_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda \neq r}}^n (x - \beta_\lambda) \quad (7.12)$$

Wertet man die Gl. (7.12) aus, so sind

$$2n^2 - 1 \quad \text{Additionen bzw. Subtraktionen}$$

$$\text{und} \quad 2n^2 - 4n + 2 \quad \text{Multiplikationen}$$

nötig, was einer Rechenzeit von

$$t_1 = (730n^2 - 880n + 295) \mu\text{sec}$$

entspricht.

1) Als Zeitmaßstab dienen die Werte einer Hewlett-Packard-Rechenanlage HP1000F für doppelt genaue komplexe Arithmetik: Addition, Subtraktion 145 μsec ; Multiplikation 220 μsec ; Division 330 μsec .

Eine alternative Berechnungsmöglichkeit der Ableitung ist

$$f'(x) = \alpha_0 \prod_{v=1}^n (x - \alpha_v) \cdot \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{(x - \alpha_{\mu})} + \beta_0 \prod_{\kappa=1}^n (x - \beta_{\kappa}) \cdot \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{(x - \beta_{\lambda})} . \quad (7.13)$$

Hierbei werden

6n-1 Additionen bzw. Subtraktionen

2n+2 Multiplikationen

sowie 2n Divisionen

benötigt. Die Rechenzeit für eine Auswertung der Gl. (7.13) ist

$$t_2 = (1970n + 295) \text{ } \mu\text{sec.}$$

Man erkennt, daß die zweite Methode für n größer als Drei mit weniger Rechenaufwand auskommt. Für Probleme dritten oder geringeren Grades ist die Rechenzeit vernachlässigbar, so daß sich immer die Anwendung der zweiten Methode empfiehlt. Man muß hierbei jedoch Sorge tragen, daß die Gl. (7.13) nicht an Stellen $x = \alpha_{\mu}$ ($\mu = 1 \dots n$) oder $x = \beta_{\lambda}$ ($\lambda = 1 \dots n$) ausgewertet wird, was zu einer Zahlenbereichsüberschreitung führen würde. Dies kann nur dann während des Iterationsvorgangs auftreten, wenn $f'(x)$ an einer solchen Stelle $x = \alpha_i$ eine Nullstelle besitzt, was weiterhin bedeutet, daß $f(x)$ mindestens eine doppelte Nullstelle bei $x = \alpha_i$ besitzt. Wenn die Summe von zwei Polynomen an der gleichen Stelle $x = \alpha_i$ eine Nullstelle besitzt wie eines der beiden Summandenpolynome, so muß auch das zweite Summandenpolynom dort eine Nullstelle mit gleicher Vielfachheit besitzen.

Wenn die Summandenpolynome gemeinsame Nullstellen besitzen, können diese sofort entfernt, d.h. als Nullstellen des Summenpolynoms abdividiert werden.

Auch nach dieser zweiten Methode ist der Aufwand zur Berechnung der Ableitung mehr als doppelt so hoch wie zur Berech-

nung eines Funktionswertes. Zur Durchführung eines NEWTON-RAPHSON-Schritts ist also gegenüber einem Sekantenschritt etwa die dreifache Rechenzeit erforderlich. Bezieht man die benötigte Rechenzeit auf den Logarithmus der Konvergenzordnung (Konvergenzordnung $1 \hat{=}$ keine Konvergenz), so ergibt sich etwa ein um den Faktor 2.5 höherer Aufwand beim NEWTON-RAPHSON-Verfahren gegenüber der Sekantenmethode. Da diese Betrachtungen nur in der Umgebung einer Nullstelle, d.h. bei guten Startwerten Gültigkeit besitzen, müssen für die Beurteilung des globalen Konvergenzverhaltens andere Kriterien benutzt werden.

7.2.2.2 Vergleich von NEWTON-RAPHSON- und Sekantenverfahren anhand ausgewählter Beispiele

Zur Beurteilung des Konvergenzverhaltens im Großen werden die beiden Verfahren anhand typischer Beispiele, wie sie bei der Netzwerksynthese auftreten, einander gegenübergestellt. Als anspruchsvollste Problemstellung bei der Nullstellenberechnung wird die Hurwitzfaktorisierung, die Ermittlung des Nennerpolynoms einer Übertragungsfunktion aus der charakteristischen Funktion nach Gl. (2.9) herangezogen. Diese Hurwitzfaktorisierung wird bei vier typischen Filtern durchgeführt.

Die Bilder 7.5 bis 7.8 zeigen den Dämpfungsverlauf über der Frequenz aufgetragen. In den Bildern 7.5b bis 7.8b sind die Durchlaßbereiche in vergrößertem Maßstab dargestellt, damit die Größenordnung der Restwelligkeit in den Durchlaßbereichen erkennbar wird. Die Werte der Nullstellen und Pole der charakteristischen Funktion sowie die resultierenden Polstellen der Übertragungsfunktion sind im Anhang aufgelistet.

Beispiel 1

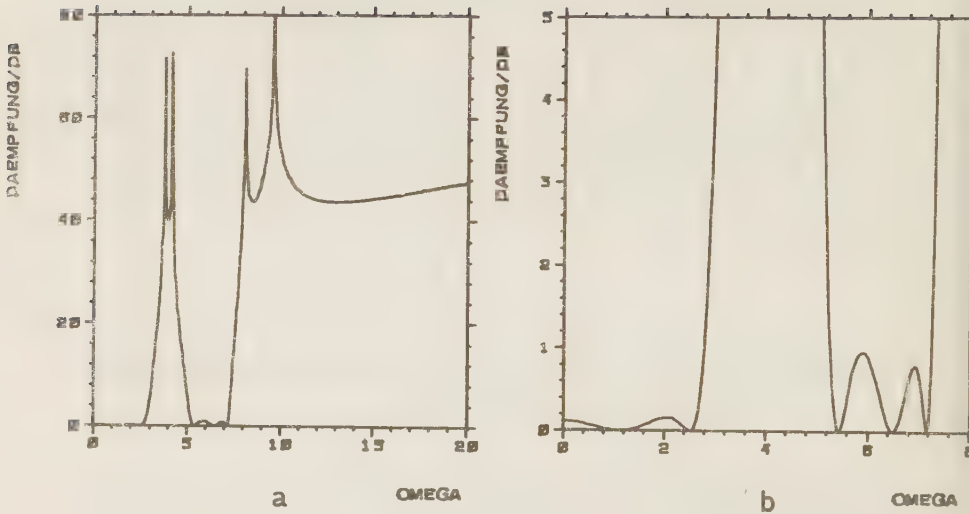


Bild 7.5: Frequenzgang des Beispielfilters 1

Bei Beispiel 1 handelt es sich um ein Filter zehnten Grades mit zwei Durchlaßbereichen, das zur Untersuchung von Rauschstörungen auf Telefonkanälen verwendet wird. Die Hurwitzfaktorisierung kann auf eine Polynomaddition fünften Grades zurückgeführt werden (Abschnitt 8.1.1).

Beispiel 2

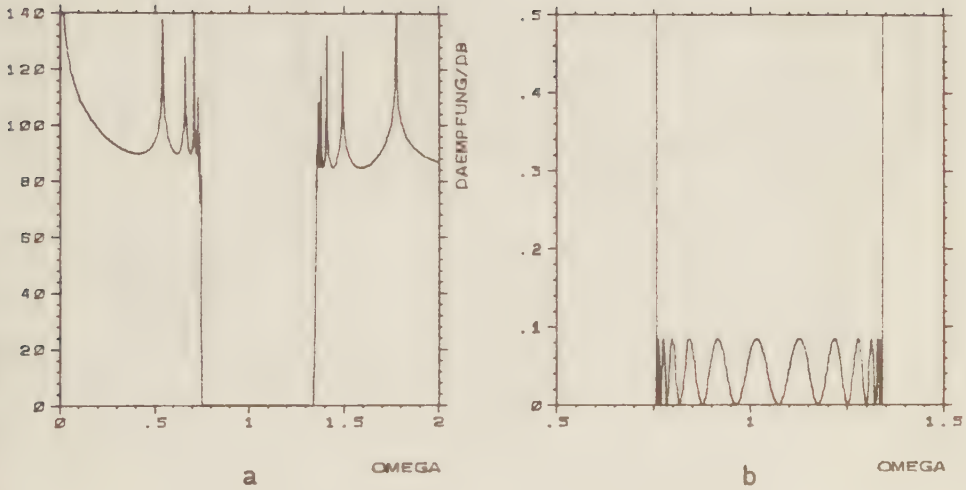


Bild 7.6: Frequenzgang des Beispielfilters 2

Bei der Hurwitzfaktorisierung muß eine Polynomaddition
14-ten Grades durchgeführt werden.

Beispiel 3

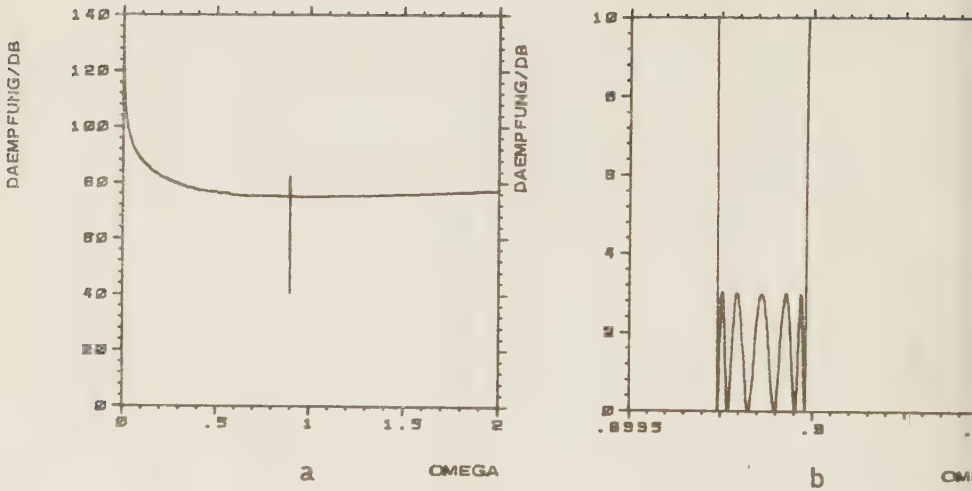


Bild 7.7: Frequenzgang des Beispielfilters 3

In Bild 7.7 ist der Frequenzgang des Beispielfilters 3 dargestellt. Es handelt sich um einen extrem schmalen Bandpaß 14-ten Grades (Bandbreite $\approx 0.25 \text{ }^{\circ}/_{\infty}$). Aufgrund der endlichen Auflösung der Graphikausgabe ist im Übersichtsbild 7.7a der Durchlaßbereich nicht darstellbar. Bei der Hurwitzfaktorisierung muß eine Polynomaddition 14-ten Grades durchgeführt werden.

Beispiel 4

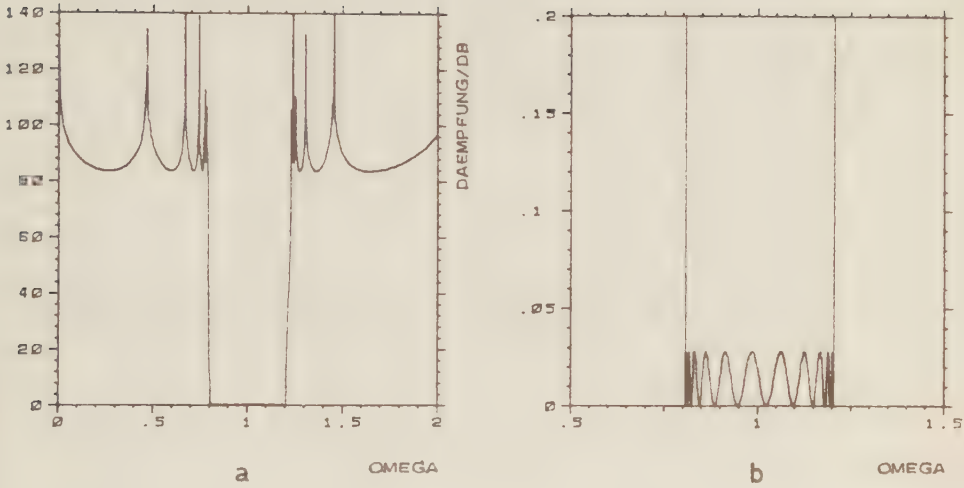


Bild 7.8: Frequenzgang des Beispielfilters 4

Das vierte Beispielfilter ist ein Bandpaß 26-ten Grades mit einer extrem geringen Restwelligkeit (< 0.03 dB) im Durchlaßbereich. Die Hurwitzfaktorisierung führt zu einer Polynomaddition 26-ten Grades.

Beispiel	Grad	NEWTON-RAPHSON Verfahren	Sekanten Verfahren	Verhältnis NEWTON/Sekanten
1	5	49	61	0.80
2	14	189	290	0.65
3	14	[100] ¹⁾	[141] ¹⁾	0.70
4	26	242	368	0.65

Tabelle 7.2: Anzahl der benötigten Iterationen

Beispiel	Grad	NEWTON-RAPHSON Verfahren	Sekanten Verfahren	Verhältnis NEWTON/Sekanten
1	5	0.790	.490	1.61
2	14	7.210	3.780	1.91
3	14	[3.420] ¹⁾	[1.860] ¹⁾	[1.84] ¹⁾
4	26	16.240	8.640	1.88

Tabelle 7.3: Benötigte Rechenzeit in Sekunden ²⁾

In Tabelle 7.2 ist die Anzahl der benötigten Iterationsschritte zusammengestellt. Man erkennt, daß das NEWTON-RAPHSON-Verfahren erwartungsgemäß ca. 20 % - 40 % weniger Iterationsschritte benötigt als das Sekantenverfahren. Jedoch bestätigten die in Tabelle 7.3 wiedergegebenen Rechenzeitwerte die theoretischen Überlegungen, daß das Sekantenverfahren dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren bezüglich des Rechenaufwandes überlegen ist.

¹⁾ Bei Beispiel 3 konnte die zu einer erfolgreichen Synthese benötigte Genauigkeit mit diesen beiden Verfahren nicht erreicht werden.

²⁾ Die Rechenzeiten wurden auf einer Rechenanlage HP 1000 F ermittelt.

Bei der vorliegenden Problemstellung ist das Sekantenverfahren dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren vorzuziehen. Letzteres ist nur dann sinnvoll anwendbar, wenn der Aufwand zur Berechnung der Ableitung gering ist. Vorzuziehen ist das NEWTON-RAPHSON-Verfahren sicher dann, wenn der Rechenaufwand für den Quotienten $f(x)/f'(x)$ vergleichbar mit dem Aufwand zur Berechnung eines Funktionswertes $f(x)$ ist. Dies kann bei transzendenten Funktionen, z.B. $f(x) = \sin x$, $f(x)/f'(x) = \tan x$, der Fall sein.

Die bei den Verfahren mit linearer Extrapolation gewonnenen Erfahrungen lassen sich auf die Verfahren quadratischer Extrapolation übertragen. Für einen Iterationsschritt nach dem LAGUERRE'schen Verfahren ist die Berechnung der ersten und die mit noch mehr Aufwand verbundene Berechnung der zweiten Ableitung nötig, so daß trotz der Konvergenzordnung Drei davon ausgegangen werden kann, daß das entsprechende Mehrpunktverfahren, das ohne Ableitungen arbeitet weniger Rechenzeit benötigt /RA1/. Im weiteren wird deswegen nur das Verfahren nach MULLER /MU1/ betrachtet.

7.2.3 Das Parabel-Sekanten-Verfahren

Ein Vergleich zwischen Sekanten- und MULLER-Verfahren zeigt, daß die etwas höhere Konvergenzordnung (1.839 gegenüber 1.618) den Zeitaufwand für die bei Verfahren mit quadratischer Extrapolation nötige Wurzelberechnung nicht aufwiegt. Darüber hinaus lassen sich Vergleiche kaum anstellen, da das Verfahren von MULLER in der engeren Umgebung einer Nullstelle nicht mehr konvergiert, so daß sich in den meisten Fällen eine Nullstelle nur mit der halben Rechengenauigkeit der verwendeten Rechenanlage bestimmen läßt. Der Grund hierzu ist darin zu suchen, daß eine Parabelapproximation in der Umgebung einer einfachen Nullstelle eine denkbar schlechte Näherung ist.

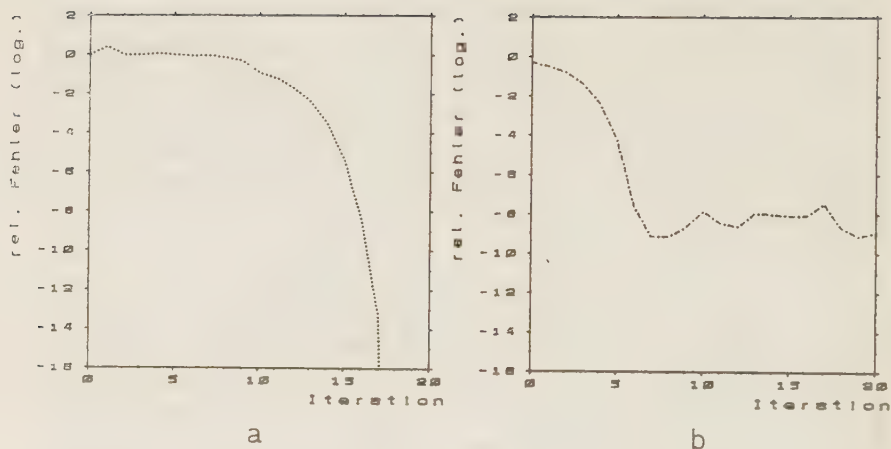


Bild 7.9: Verlauf der Nullstellensuche beim Sekanten- und MULLER-Verfahren

Im Bild 7.9 ist exemplarisch der Verlauf der Nullstellensuche als Logarithmus des relativen Fehlers über der Iterationsanzahl aufgetragen. Beim MULLER-Verfahren (Bild 7.9b) wird bereits nach sechs Schritten eine Genauigkeit von acht Dezimalstellen erreicht, darüber hinaus läßt sich aber durch eine Fortführung der Iteration keine Verbesserung erzielen. Die gleiche Genauigkeit von acht Dezimalstellen ist beim Sekantenverfahren (Bild 7.9a) erst nach 15 Schritten erreicht, jedoch läßt sich durch wenige weitere Iterationsschritte eine Genauigkeit von 16 Dezimalstellen erreichen, was in etwa der Auflösung der verwendeten Rechenanlage entspricht.

Das günstige globale Konvergenzverhalten des MULLER-Verfahrens, auf das auch schon J.F. TRAUB in /RA1/ und BJÖRCK /BJ2/ hingewiesen haben, sowie der geringe Rechenaufwand und die höhere Präzision in der Umgebung einer Nullstelle beim Sekantenverfahren werden in einer Kombination beider Verfahren ausgenutzt.

Hierbei wird anfangs eine Parabelapproximation benutzt, bis sich keine Verbesserung mehr erzielen lässt, und dann mit einer linearen Extrapolation, dem Sekantenverfahren, weiter iteriert. In Bild 7.10 ist der Verlauf der Nullstellensuche exemplarisch für das Parabel-Sekantenverfahren dargestellt. In Tabelle 7.4 ist der Rechenzeitbedarf bei den vier ausgewählten Beispielen aufgeführt. Es ergeben sich hierbei Verbesserungen um bis zu 45 % gegenüber den NEWTON-RAPHSON-Verfahren und ca. 20 % gegenüber dem Sekanten-Verfahren.

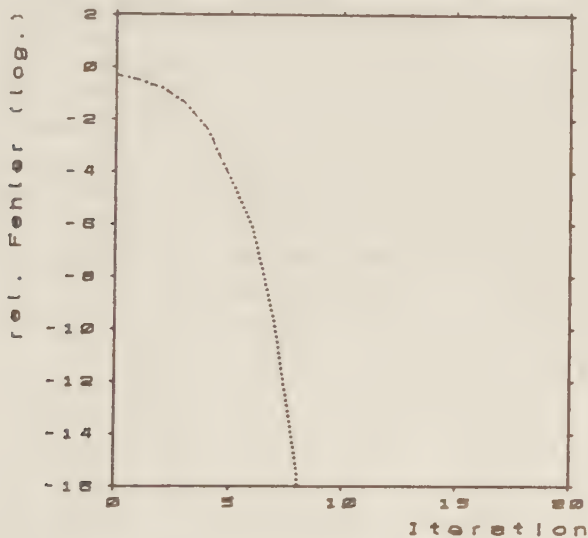


Bild 7.10: Verlauf der Nullstellensuche

Beispiel	Grad	Iterationszahl	Rechenzeit/sec
1	5	41	0.430
2	14	187	3.240
3	14	[161]	[2.340]
4	26	243	6.100

Tabelle 7.4: Iterationszahl und Rechenzeitbedarf beim Parabel-Sekantenverfahren

$$h(z) = \prod_{v=1}^{12} (z - \alpha_v) \cdot R(z) = \prod_{v=1}^{12} |z - \alpha_v| \cdot |R(z)| \cdot e^{j\varphi(z)},$$

wobei für den restlichen Funktionsanteil $R(z)$ gilt

$$|R(z)| < 5 \quad \text{für} \quad z \approx -0.8.$$

Jedes Teilprodukt $|z - \alpha_i| \cdot |z - \alpha_k|$ wird in der Umgebung des Clusters für $z = (\alpha_i + \alpha_k)/2$ maximal. Da der größte Abstand zweier Nullstellen kleiner als $5 \cdot 10^{-4}$ ist, läßt sich der Betrag des Funktionswertes in dem im Bild 7.11 dargestellten Bereich durch

$$|h(z)| = \prod_{v=1}^{12} |z - \alpha_v| \cdot |R(z)| < (2.5 \cdot 10^{-4})^{12} \cdot 5 < 3 \cdot 10^{-43}$$

abschätzen. Da die verwendete Rechenanlage mit einer 7-Bit-Darstellung des Exponenten bezogen auf die Basis 2 arbeitet, ist die betragskleinste, von Null verschiedene Zahl der Wert $1.47 \cdot 10^{-39}$ ¹⁾. Deshalb ergibt sich in der Umgebung des Nullstellenclusters bei der Funktionswertberechnung für jeden Wert $z \approx -0.8$ exakt der Funktionswert $h(z) = 0$. Die Auflösung des Nullstellenclusters scheitert also nicht an der zu geringen Rechengenauigkeit, sondern an der zu geringen Zahlendynamik der verwendeten Rechenanlage.

Abhilfe könnte hierzu eine Parametertransformation schaffen. Da dies jedoch zusätzliche Parameterangaben vom Anwender erfordert, wurde ein anderer Weg beschritten. Zur Durchführung arithmetischer Operationen in hoher Dynamik wurde ein Unterprogrammpaket entwickelt, das mit einer 15-Bit-Exponentendarstellung arbeitet /GO1/. Hierzu sind lediglich die vier Grundrechnungsarten in Assembler, also maschinenspezifisch, implementiert, während Operationen wie Logarithmus oder Quadrat-

¹⁾ Die 7-Bit-Exponentendarstellung und die damit verbundene Rechendynamik von 10^{-39} bis 10^{39} ist bei Micro- und Mini-computersystemen sowie bei Prozeßrechnern üblich.

wurzel einer komplexen Zahl in FORTRAN programmiert sind. Dadurch läßt sich ein hohes Maß an Portabilität erreichen (nur sechs Unterprogramme sind maschinenabhängig), ohne daß der Rechenzeitbedarf unermesslich wächst. Das Rechenzeitverhältnis zwischen Hochdynamischer- und Standard-Arithmetik beträgt etwa 2 bis 2.5.

Mit Hilfe dieses Unterprogrammpakets gelingt auch die Hurwitzfaktorisierung bei Beispiel 3. Die hierzu benötigte Rechenzeit beträgt 9.27 sec.

7.2.5 Programm zur Nullstellenbestimmung

Das für die Synthese benutzte Unterprogramm zur Nullstellenbestimmung arbeitet nach dem kombinierten Parabel-Sekanten-Verfahren und verwendet die Routinen mit dem erweiterten Dynamikbereich. Die Funktionsblöcke des Programms sind in Bild 7.12 in Form eines groben Flußdiagramms dargestellt.

Bei der "Anlaufrechnung Parabelverfahren" wird geprüft, ob ein Startwert für die nächste zu suchende Nullstelle angegeben ist. Wenn nicht, wird bei der ersten Nullstelle der Wert $1+j$, bei den folgenden die um einen Faktor 1.0001 verschobene, zuletzt ermittelte Nullstelle als Startwert x_2 benutzt. In der Umgebung ($\pm 1^0/00$) werden zwei weitere Stützstellen x_1 und x_0 für die Parabelapproximation gewählt. Der Iterationszähler wird zurückgesetzt.

Die Durchführung des i -ten "Parabelschritts" besteht in der Berechnung der Wurzeln der Approximationsparabel. Die der letzten Stützstelle x_{i-1} am nächsten gelegene Wurzel wird als Stützstelle x_i im nächsten Schritt verwendet. Der Funktionswert f_i an der Stelle x_i wird aus der gegebenen Funktion und einer synthetischen Division mit den bereits gefundenen Nullstellen ermittelt. D.h. die gefundenen Nullstellen werden

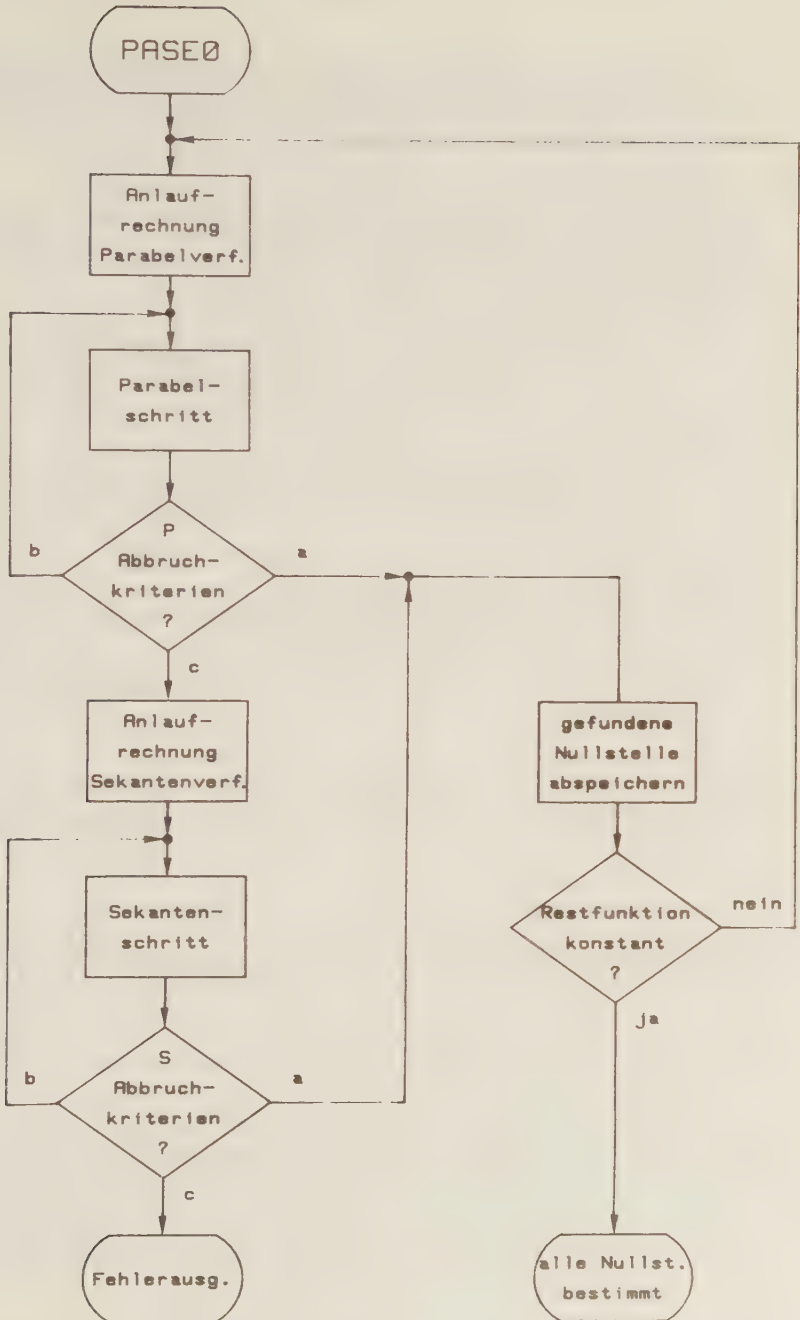


Bild 7.12: Unterprogramm zur Nullstellenbestimmung nach dem Parabel-Sekanten-Verfahren

als Nullstellen eines Nennerpolynoms betrachtet und verhindern somit das mehrmalige Auffinden der gleichen Nullstelle /WI1/.

Die "Abbruchkriterien" für das Parabelverfahren entscheiden, ob noch weitere Parabelschritte durchzuführen sind. Es werden folgende Fälle unterschieden:

- a) Der Funktionswert f_i ist exakt Null, dann ist x_i eine Nullstelle, das Sekanten-Verfahren erübrigt sich.
- b) Eine Mindestzahl (5) Parabelschritte ist noch nicht erreicht; es sind weitere Parabelschritte durchzuführen.
- c) Eine Höchstzahl (20) Parabelschritte ist überschritten, oder die Konvergenzgrenze $|x_i - x_{i-1}| > |x_{i-1} - x_{i-2}|$ ist erreicht. Es wird zum Sekanten-Verfahren übergegangen.

Bei der "Anlaufrechnung Sekantenverfahren" wird der Iterationszähler zurückgesetzt. Für das spätere Abbruchkriterium wird eine variable Toleranzschranke auf ihren Initialwert gesetzt.

Im i -ten "Sekantenschritt" wird aus den beiden vorhergegangenen Stützstellen durch lineare Näherung die nächste Stützstelle x_i ermittelt. Ebenso wie beim Parabelschritt wird durch die synthetische Division das erneute Auffinden von bereits bestimmten Nullstellen verhindert.

Die "Abbruch-Kriterien" für das Sekantenverfahren werden angewandt um zu entscheiden, ob eine Nullstelle hinreichend genau ermittelt ist. Hierzu werden folgende Fälle unterschieden:

- a) Der Funktionswert f_i ist exakt Null, dann ist x_i eine Nullstelle.

- b) Wenn eine Mindestzahl (2) Sekantenschritte erfolgt ist, wird geprüft, ob die letzte Verbesserung $|x_i - x_{i-1}|$ kleiner als eine Toleranzschranke t_i ist. Ist dies der Fall, so wird x_i als Nullstelle betrachtet, wenn nicht, dann wird die Toleranz für den nächsten Schritt vergrößert ($t_{i+1} = 1.1 \cdot t_i$). Diese langsam anwachsende Toleranz ermöglicht es, auch bei schlecht konditionierten Problemen noch verhältnismäßig gute Lösungen zu erzielen.
- c) Eine vorgegebene Maximalzahl (400) Iterationen ist erfolgt, ohne daß eine Nullstelle gefunden wurde. Das Programm bricht mit einer Fehlermeldung ab.

Nachdem eine gefundene Nullstelle x_i abgespeichert ist, wird überprüft, ob dies die letzte Nullstelle war. Dies ist der Fall, wenn die vorgegebene Maximalzahl m zu suchender Nullstellen erreicht ist oder wenn die durch die synthetische Division gebildete Restfunktion eine Konstante ist. D.h. es müssen $m+1$ Stellen x_v existieren, an denen die Funktion $f(x_v) = f_v = k$ den gleichen Wert annimmt. Dieser Wert k ist die gesuchte Konstante des Polynoms, dessen Nullstellen berechnet wurden.

7.3 Vergleich mit anderen Verfahren zur Nullstellenbestimmung

In Abschnitt 7.2.3 wurde bereits festgestellt, daß das kombinierte Parabel-Sekanten-Verfahren dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren sowie der Regula falsi überlegen ist. Von E. WEHRHAHN /WE2/ wurde ein Verfahren entwickelt, das die Polstellen und Nullstellen einer Funktion bestimmt. Er vergleicht den Rechenzeitbedarf dieses Verfahrens mit dem der EISPACK-Routinen anhand der Berechnung der Eigenwerte einer Leitungsnachbildung (Bild 7.13).

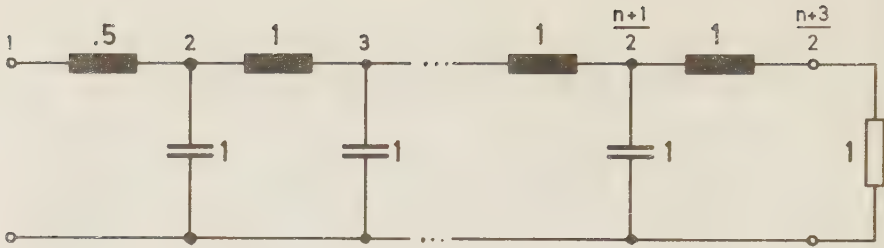


Bild 7.13: Zum Vergleich analysierte Leitungsnachbildung

Die benötigte Rechenzeit zur Bestimmung aller Eigenwerte in Abhängigkeit vom Grad n der Leitungsnachbildung ist im Bild 7.14 für EISPACK-, WEHRHAHN- und Parabel-Sekanten-Verfahren dargestellt. Die angegebenen Zeiten wurden auf einer Rechenanlage CDC Cyber 172 ermittelt. Man erkennt, daß das Parabel-Sekanten-Verfahren etwa zehnmal schneller als die EISPACK-Routinen und etwa doppelt so schnell wie das Verfahren von WEHRHAHN ist.

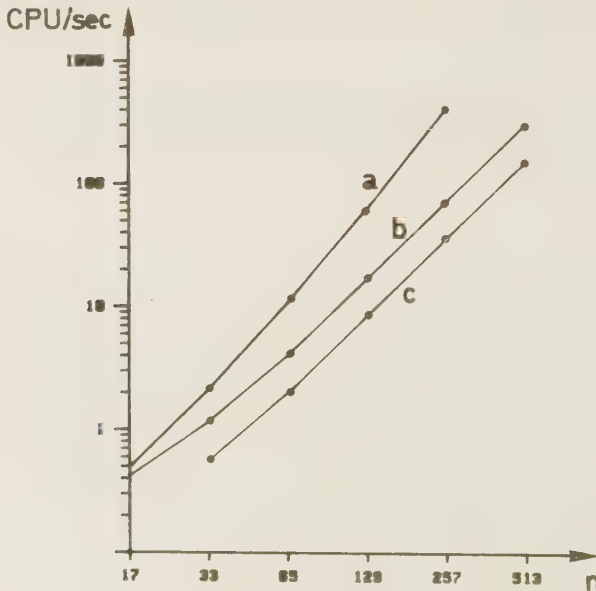


Bild 7.14: Vergleich der benötigten Rechenzeit zwischen
a) EISPACK-,
b) WEHRHAHN-,
c) Parabel-Sekanten-Verfahren

8. DAS PROGRAMMPAKET ZUR RECHNERGESTÜTZTEN FILTER-SYNTHESE

Das in der Übersicht Bild 8.1 dargestellte Filtersynthesepaket besteht aus 14 Programmen, die sich nach ihrer Wirkungsweise in vier Gruppen einordnen lassen.

Die erste Gruppe umfaßt Programme, die aus der zu realisierenden Netzwerkfunktion die Eingangsimpedanz eines Reaktanzzweitorts mit ohmschem Abschluß sowie die Entwicklungsstellen ermitteln. Implementiert sind die Möglichkeiten aus einer durch Approximation gewonnenen charakteristischen Funktion oder Übertragungsfunktion, bei der gegebenenfalls eine Verlustvorverzerrung durchgeführt werden kann, die Eingangsimpedanz zu berechnen. Eine Erweiterung an dieser Stelle kann leicht vorgenommen werden, so daß sich auch andere Problemstellungen, z.B. Realisierung einer Weiche oder Realisierung einer gegebenen Kettenmatrix durch einen zusätzlichen Programmmodul implementieren lassen.

Die zweite Gruppe besteht aus Programmen, die eine Realisierbarkeitsprüfung vornehmen, soweit dies nicht bereits bei den Programmen der ersten Gruppe geschieht. Implementiert ist die Möglichkeit, anhand der FIALKOW-GERST- und der FIALKOW-Bedingungen eine Aussage zur kopplungsfreien Realisierbarkeit zu erhalten. Die Anwendung dieser Routinen ist optional und besitzt rein informativen Charakter.

Die dritte Gruppe bilden die Programme, die den eigentlichen Syntheseprozess durchführen. Hierbei sind die Module, die die numerischen Berechnungen sowie die graphische Ausgabe bearbeiten für den Anwender weitgehend transparent. Ein stark interaktiv orientierter Dialogmodul arbeitet eng mit dem Anwender zusammen, z.B. wird bei jedem Abbauzyklus eine sinnvolle Abspaltreihenfolge vorgeschlagen, kann jedoch auch völlig ohne

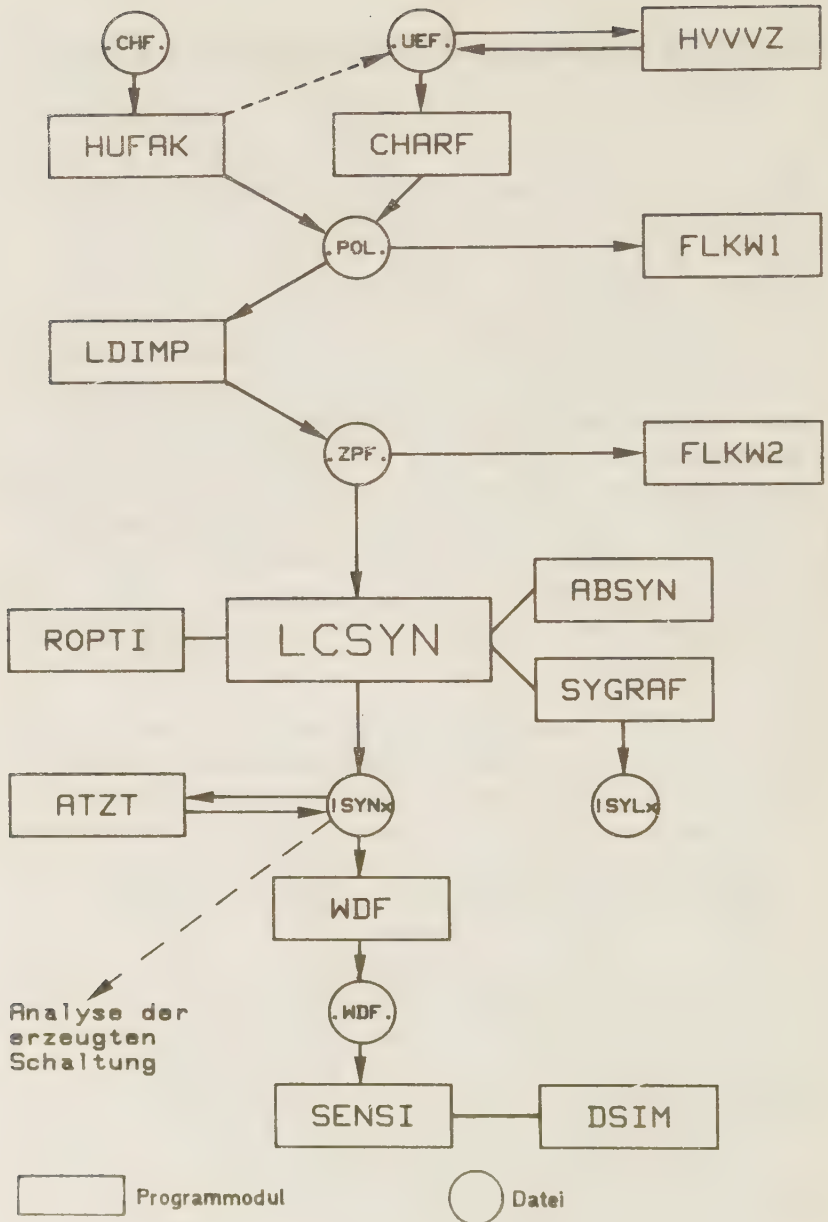


Bild 8.1: Filtersyntheseprogrammpaket (Übersicht)

Benutzerbedingung eine Schaltungssynthese ausführen. Dieses Dialogprogramm kann auch von einem Optimiermodul bedient werden, der durch Parametervariation einen gewünschten Abschlußwiderstand erzeugt.

Der vierten Gruppe sind alle Programme zuzuordnen, die eine Nachbereitung der synthetisierten Schaltung vornehmen. Dies kann durch Äquivalenztransformationen wie Stern-Dreiecksumformung oder NORTON-Transformation, aber auch durch Umsetzung der realisierten Reaktanzschaltung in eine andere Technologie wie z.B. Wellendigitalfilterstrukturen erfolgen.

Alle Programme kommunizieren miteinander über Plattendateien, die ein genormtes Datenformat besitzen. Der Mensch-Maschine-Dialog ist nach ergonomischen Gesichtspunkten gestaltet. Zur Entlastung des Anwenders sind viele Parameter wie z.B. Dateinamen oder Fehlerschranken mit Standardwerten vorbesetzt, die bei Sonderfällen geändert werden können. Fehlerhafte Eingaben führen bei nicht dialogorientierten Programmen sofort zum Abbruch, damit nicht unnötig Rechenzeit verbraucht wird. Bei dialogorientierten Programmen werden fehlerhafte Eingaben sofort reklamiert und können korrigiert werden, ohne daß ein Programmabbruch erfolgt. Fehlerhafte Eingaben und eine Fehlinterpretation von Ausgaben werden durch den Einsatz von graphischen Hilfsmitteln wie z.B. Lichtgriffel oder graphischer Schaltungsausgabe vermieden.

8.1 Programme zur Umsetzung verschiedener Problemstellungen

8.1.1 Die Hurwitzfaktorisierung (HUFAK)

Das Programm HUFAK ermittelt aus der charakteristischen Funktion gemäß Gl. (2.9) die Übertragungsfunktion eines Reaktanzzweiters mit ohmschem Abschluß.

Werden mit f_0 der konstante Faktor, mit f_v ($v = 1 \dots n$) die

Nullstellen und mit e_μ ($\mu = 1 \dots m$) die Pole der charakteristischen Funktion

$$K(p) = f_0 \cdot \frac{\prod_{v=1}^n (p - f_v)}{\prod_{\mu=1}^m (p - e_\mu)},$$

mit h_0 die Nennerkonstante sowie mit h_κ ($\kappa = 1 \dots k$) die Pole der Übertragungsfunktion

$$H(p) = \frac{\prod_{\mu=1}^m (p - e_\mu)}{h_0 \prod_{\kappa=1}^k (p - h_\kappa)}$$

bezeichnet, so lautet die Faktorisierungsgleichung (2.9)

$$h_0^2 \prod_{\kappa=1}^k (-p^2 + h_\kappa^2) = 4 \prod_{\mu=1}^m (-p^2 + e_\mu^2) - f_0^2 \prod_{v=1}^n (-p^2 + f_v^2). \quad (8.1)$$

Führt man die Transformation

$$x = -p^2 \quad (8.2)$$

durch und führt $\bar{h}_\kappa = -h_\kappa^2$, $\bar{e}_\mu = -e_\mu^2$ sowie $\bar{f}_v = -f_v^2$ ein, so reduziert sich der Grad von Gl. (8.1) auf die Hälfte

$$-\bar{h}_0 \prod_{\kappa=1}^k (x - \bar{h}_\kappa) = 4 \prod_{\mu=1}^m (x - \bar{e}_\mu) + \bar{f}_0 \prod_{v=1}^n (x - \bar{f}_v). \quad (8.3)$$

Betrachtet man den Sonderfall, bei dem sich für jede Polstelle e_x eine Polstelle e_y finden läßt, für die

$$e_x^2 = e_y^2 \quad (x = 1 \dots m, y = 1 \dots m, x \neq y)$$

und ebenso für die Nullstelle f_x und f_y

$$f_x^2 = f_y^2 \quad (x = 1 \dots n, y = 1 \dots n, x \neq y)$$

gilt, so kann Gl. (8.2) als

$$h_o^2 \prod_{\kappa=1}^{k/2} (x - \bar{h}_{\kappa}) (x - \bar{h}_{\kappa}^*) = \left[2 \prod_{\mu=1}^{m/2} (x - \bar{e}_{\mu}) \right]^2 + \left[f_o \prod_{v=1}^{n/2} (x - \bar{f}_v) \right]^2 \quad (8.4)$$

geschrieben werden. Diese Voraussetzungen sind häufig, z.B. bei symmetrischen Filtern immer, erfüllt. Es kann dann zur Hurwitzfaktorisierung die nicht reelle Funktion (d.h. nicht reellwertig für reelles Argument)

$$\tilde{h}(x) = h_o \prod_{\kappa=1}^{k/2} (x - \bar{h}_{\kappa}) = 2 \prod_{\mu=1}^{m/2} (x - \bar{e}_{\mu}) + j f_o \prod_{v=1}^{n/2} (x - \bar{f}_v)$$

betrachtet werden, deren Grad gegenüber der Faktorisierungsgleichung (2.9) auf ein Viertel vermindert ist.

Die Transformation $x = -p^2$ bewirkt eine nichtlineare Kontraktion der komplexen Ebene auf die Gegend des Einheitskreises. Dort können durch eine verstärkte Nullstellenhäufung numerische Probleme entstehen, wie sie in Abschnitt 7.2.4 beschrieben sind.

Um auch bei extremen Anforderungen eine Lösung zu erreichen, besteht die Möglichkeit, bei der Faktorisierung auf die Gradverminderung zu verzichten und direkt die Gl. (8.1) auszuwerten. Der Gewinn an numerischer Zuverlässigkeit muß hierbei durch einen erhöhten Rechenzeitbedarf bezahlt werden.

8.1.2 Berechnung der charakteristischen Funktion aus der Übertragungsfunktion (CHARF)

Gemäß Gl. (2.4) berechnet das Programm CHARF aus einer gegebenen Übertragungsfunktion das Zählerpolynom der charakteristischen Funktion

$$f(p)f(-p) = h(p)h(-p) - 4e(p)e(-p) \quad (2.4)$$

Auch hier wird von der Möglichkeit, durch die Frequenztransformation $x = -p^2$ den Grad des zu bestimmenden Polynoms um die Hälfte zu erniedrigen, Gebrauch gemacht. Eine weitere Gradreduktion wäre nur möglich, wenn $h(p)$ lediglich Nullstellen gerader Vielfachheit besäße. Da diese Bedingung selten erfüllt ist, wird grundsätzlich auf eine Umformung ähnlich Gl. (8.4) verzichtet.

Bei der Berechnung der charakteristischen Funktion werden die Bedingungen überprüft, denen die Übertragungsfunktion eines Reaktanzzeitors genügen muß (Satz 2). Hierbei läßt sich die zur Verifizierung der Bedingung

$$\max_{0 < \omega < \infty} |H(j\omega)|^2 \leq 1/4$$

nötige Extremwertbestimmung vereinfachen.

Besitzt die Funktion $F(p^2) = f(p)f(-p)$ keine Nullstellen ungerader Vielfachheit auf der imaginären Achse, d.h. erfolgt kein Vorzeichenwechsel von $F(\omega^2)$ auf der gesamten imaginären Achse, so reicht es aus, an einem beliebigen Frequenzpunkt ω_x zu prüfen, ob $F(\omega_x^2) > 0$ und damit $|H(j\omega)|^2 \leq 1/4$ auf der gesamten imaginären Achse erfüllt ist.

Existieren Nullstellen ungeradzahlgiger Vielfachheit, so teilen diese die imaginäre Achse in Abschnitte, in denen $F(\omega^2)$ abwechselnd positiv und negativ ist. In den endlichen Abschnitten, in denen $F(\omega^2)$ negativ ist, kann eine Intervallschachtelung erfolgen, um das lokale Minimum von $F(\omega^2)$ und damit ein lokales Maximum von $|H(j\omega)|^2$ zu bestimmen. Ist $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| > 1/2$, so wird dieser Wert auch als lokales Maximum betrachtet. Aus den lokalen Maxima wird das globale Maximum $H_{\max}$ ausgewählt und die Übertragungsfunktion mit einer Konstanten

$$k = \frac{1 - \varepsilon}{2 \cdot H_{\max}}$$

gewichtet:

$$\tilde{H}(p) = k \cdot H(p)$$

Hierbei ist ϵ eine Toleranzgröße, die Ungenauigkeiten bei der Extremwertbestimmung ausgleicht. Bei der praktischen Erprobung hat sich ein Wert $\epsilon = 10^{-6}$ als sinnvoll erwiesen.

War $H_{\max} \neq \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)|$, so gilt $|\tilde{H}(j\omega)|^2 < 1/4$ auf der gesamten imaginären Achse. War $H_{\max} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)|$, so ist $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |\tilde{H}(j\omega)| < 1/2$. Bei einer erneuten Lösung der Faktorisierungsgleichung mit

$$\tilde{F}(p^2) = h(p)h(-p) - 4 k^2 e(p)e(-p)$$

kann dann das globale Maximum von $|\tilde{H}(j\omega)|$ bestimmt werden, das sicher im Endlichen liegt, wenn es größer als 1/2 ist.

Das Vorzeichen des konstanten Faktors von $f(p)$ sowie das Vorzeichen von reellen Nullstellen wird bei der Faktorisierung so gewählt, daß sich bei einer späteren Synthese spulenarme Filter (siehe Abschnitt 3.3.6) ergeben. Dem Anwender bleibt es unbenommen, die Faktorisierung anders durchzuführen, damit alle Realisierungsmöglichkeiten ausgeschöpft werden können.

8.1.3 Verlustvorverzerrung (HVVVZ)

Die Verlustvorverzerrung wird nach einem in der Praxis häufig angewendeten Verfahren durchgeführt /FE3/. Es wird von der Annahme ausgegangen, daß alle Spulen die gleiche Güte Q_L bei der Frequenz f_L sowie alle Kondensatoren die Güte Q_C bei der Frequenz f_C besitzen. Setzt man voraus, daß die Güten linear von der Frequenz abhängen, ergibt sich für die Verlustfaktoren

$$\delta_L = Q_L/f_L \quad \text{und} \quad \delta_C = Q_C/f_C.$$

Nach MECKLENBRÄUKER /ME1/ kann die Verlustkompensation durch eine Frequenzverschiebung um den arithmetischen Mittelwert der Verlustfaktoren

$$\delta = 0.5 (\delta_L + \delta_C)$$

erfolgen. Für die verlustkompensierte Übertragungsfunktion gilt

$$H_{vk}(p) = H(p - \delta) .$$

Diese Transformation der komplexen Frequenz p bedeutet eine Verschiebung der Pole und Nullstellen in positiv reelle Richtung. Da nach Satz 2 das Zählerpolynom von $H_{vk}(p)$ eine gerade oder ungerade Funktion sein muß, darf nur eine Verschiebung der Polstellen erfolgen, was sich in der Praxis als ausreichend erwies. Die Verschiebung der Polstellen darf natürlich nicht soweit erfolgen, daß das Nennerpolynom kein Hurwitzpolynom mehr ist. Das Programm HVVZ nimmt hierauf dadurch Rücksicht, daß bereits bei einer nötigen Verschiebung um mehr als 30 % des Realteils der am dichtesten bei der imaginären Achse gelegenen Polstelle eine Warnung ausgegeben wird. Der Anwender hat dann Gelegenheit, einen anderen Verschiebungsfaktor anzugeben und die Verlustkompensation mit einer höheren Güte durchzuführen. Der Vermerk, daß eine Verlustkompensation stattgefunden hat, wird auf dem Datensatz als Kommentar eingetragen.

Nach der Verlustkompensation erfüllt die Übertragungsfunktion im allgemeinen nicht mehr die Bedingung 2 von Satz 2, d.h. es muß mit Hilfe des Programms CHARF eine neue Zählerkonstante für die modifizierte Übertragungsfunktion sowie das Zählerpolynom der charakteristischen Funktion ermittelt werden.

8.1.4 Berechnung der Eingangsimpedanz (LDIMP)

Aus der Übertragungsfunktion und der charakteristischen Funktion berechnet LDIMP die Eingangsimpedanz nach Gl. (2.6). Hierbei werden die Entwicklungsstellen grob eingeteilt in solche, an denen der gerade Teil der Eingangsimpedanz eine Nullstelle hat, d.h. Entwicklungsstellen erster oder zweiter Art und in Entwicklungsstellen dritter Art. Diese Einteilung bleibt beim späteren Syntheseprozess erhalten, da eine Entwicklungsstelle erster oder zweiter Art nie Entwicklungsstelle dritter Art und umgekehrt werden kann /UN1/. Im Realisierungsprogramm kann auf die Berechnung des geraden Teils der Eingangsimpedanz verzichtet werden, es muß lediglich nach jedem Abbauzyklus geprüft werden, ob eine Entwicklungsstelle der ersten Gruppe Nullstelle oder Pol der Eingangsimpedanz und damit Entwicklungsstelle erster Art ist. Wenn dies nicht zutrifft, ist sie Entwicklungsstelle zweiter Art.

8.2 Prüfung der Bedingungen für kopplungsfreie Realisierbarkeit

8.2.1 FIALKOW-GERST-Bedingungen und erste FIALKOW-Bedingung (FLKW1)

Bereits vor Berechnung der Eingangsimpedanz kann ermittelt werden, ob eine kopplungsfreie Realisierung unmöglich ist. Hierzu werden die FIALKOW-GERST-Bedingungen /FI3/ bzw. die Nullstellenfreiheit der Übertragungsfunktion außerhalb der imaginären Achse überprüft. Sind diese notwendigen Bedingungen nicht erfüllt, so kann keine kopplungsfreie Realisierung erzielt werden.

Sind die notwendigen Bedingungen erfüllt, so wird eine von FIALKOW /FI1/ angegebene hinreichende Bedingung zur kopplungsfreien Realisierbarkeit überprüft. Hierzu werden die Nullstellen des geraden und des ungeraden Teils des Nennerpolynoms der

Übertragungsfunktion berechnet. Der gerade Teil sei mit

$$h_e(p) = k_e \prod_v (p^2 + \gamma_v^2),$$

der ungerade Teil mit

$$h_o(p) = k_o p \prod_{\mu} (p^2 + \delta_{\mu}^2)$$

bezeichnet. Da $h(p) = h_e(p) + h_o(p)$ ein Hurwitzpolynom ist, lassen sich die Nullstellen von $h_e(p)$ und $h_o(p)$ abwechselnd aufsteigend anordnen:

$$\tau_1 = \gamma_1, \quad \tau_2 = \delta_1, \quad \tau_3 = \gamma_2 \dots \text{ usw.}$$

Ist das gerade oder ungerade Zählerpolynom der Übertragungsfunktion

$$e(p) = e_o \cdot p^{m_o} \prod_{\mu=1}^m (p^2 + \omega_{\mu}^2), \text{ mit } m_o \geq 0,$$

und existiert ein ganzzahliger Wert h , $0 \leq h \leq m$, für den gilt

$$\omega_1 \leq \tau_{m_o}, \quad \omega_2 \leq \tau_{m_o+2}, \dots, \omega_h \leq \tau_{m_o+2(h-1)}$$

$$\omega_{h+1} \geq \tau_{m_o+2(h+1)}, \quad \omega_{h+2} \geq \tau_{m_o+2(h+2)}, \dots, \omega_m \geq \tau_{m_o+2m},$$

dann ist eine kopplungsfreie Realisierung der Übertragungsfunktion möglich.

Ist die obige Bedingung nicht erfüllt, so kann keine Aussage über die kopplungsfreie Realisierbarkeit der Übertragungsfunktion gemacht werden.

8.2.2_FIALKOW-Bedingung_für_die_Eingangsimpedanz_(FLKW2)

Liefert das Programm FLKW1 keine Aussage über die kopplungs-freie Realisierbarkeit, dann kann, nachdem die Eingangsimpedanz berechnet wurde, eine etwas schärfere hinreichende Bedingung von FIALKOW /FI1/ überprüft werden. Hierzu werden die Nullstellen des geraden und des ungeraden Teils des Zähler- und des Nennerpolynoms der Eingangsimpedanz berechnet.

Bezeichnet man beim Zähler mit a_i die Nullstellen des geraden Teils, mit b_i die des ungeraden Teils sowie beim Nenner mit c_i die Nullstelle des geraden und mit d_i die des ungeraden Teils, so gilt mit

$$\alpha_{2i-1} = \min(a_i, c_i) \quad \beta_{2i-1} = \max(a_i, c_i)$$

$$\alpha_{2i} = \min(b_i, d_i) \quad \beta_{2i} = \max(b_i, d_i)$$

$$0 \leq \alpha_1 \leq \beta_1 \leq \alpha_2 \leq \beta_2 \dots \leq \beta_{i-1} \leq \alpha_i \leq \beta_i \dots,$$

wobei jeweils höchstens zwei aufeinander folgende Beziehungen mit einem Gleichheitszeichen erfüllt sind. Die endlichen von Null verschiedenen Entwicklungsstellen ω_i ($i=1\dots m$) werden aufsteigend geordnet. Bei Null existieren $m_0 \geq 0$ Entwicklungsstellen. Erfüllt die Übertragungsfunktion alle notwendigen Bedingungen zur kopplungsfreien Realisierbarkeit, dann ist die folgende Bedingung hinreichend dafür, daß die Eingangsimpedanz kopplungsfrei durch ein LC-R-Netzwerk realisiert werden kann:

Es existiert eine ganze Zahl h , $0 \leq h \leq m$, für die gilt

$$\omega_1 \leq \beta_{m_0}, \omega_2 \leq \beta_{m_0+2}, \dots, \omega_h \leq \beta_{m_0+2(h-1)}$$

$$\omega_{h+1} \geq \alpha_{m_0+2(h+1)}, \omega_{h+2} \geq \alpha_{m_0+2(h+2)}, \dots, \omega_m \geq \alpha_{m_0+2m}$$

Auch diese, dem Verfahren von BADER /BA1/ entsprechende Realisierungsbedingung ist nicht notwendig, sie ist z.B. bei dem Filter mit mehreren Durchlaßbereichen 4.6.3 nicht erfüllt.

8.3 Programme zur Realisierung der Eingangsimpedanz

8.3.1 Das Abspaltprogramm (LCSYN, ABSYN, SYGRF)

Bereits 1970 wurde ein Programm zur Synthese von Reaktanzzweitoren nach dem im Abschnitt 2 beschriebenen Verfahren erstellt /KE1/. Die numerische Durchführung der Synthese erfolgte in Koeffizientenform, so daß bei anspruchsvolleren Problemen durch das Auflaufen von Rundungsfehlern beim Abspaltprozeß keine brauchbaren Ergebnisse zu erzielen waren. Im Laufe der Entwicklung des vorliegenden Filtersynthesepakets /GO2/ wurden zwei mögliche Wege untersucht, den Abspaltalgorithmus numerisch präzise und schnell arbeitend zu implementieren. Der eine Lösungsansatz, die Grenzwertübergänge bei der Entwicklungskoeffizientenberechnung durch frequenzpunktweise Approximation durchzuführen /GE1/, erwies sich für mehrfache Entwicklungsstellen ungeeignet. Der andere Weg, mit Hilfe der hochdynamischen Arithmetik /GO1/ und dem in Abschnitt 7 beschriebenen Verfahren zur numerischen Nullstellenbestimmung /GO3/ das Syntheseverfahren zu implementieren, zeigte bereits in einer ersten Version /HA1/ bessere Ergebnisse als das (mit Koeffizientendarstellung arbeitende) an einer Großrechenanlage installierte Programm /KE1/.

Bei dem Programm LCSYN des Filtersynthesepakets sind darüber hinaus die in Abschnitt 3 bis 5 beschriebenen Algorithmen zur Wahl der Struktur und Abbaureihenfolge sowie die Synthese von Quarzfiltern implementiert. Es sind hierbei drei Betriebsarten möglich.

a) Dialogbetrieb:

Aufgrund der Kriterien von Abschnitt 3 und 4 werden die als nächste abzuspaltenden Entwicklungsstellen sowie deren Strukturtyp vorgeschlagen. Der Anwender kann dieser Empfehlung folgen oder, wenn z.B. technologische Gründe dagegensprechen, eine andere Abbaureihenfolge oder Struktur wählen. Auch läßt sich durch ein entsprechendes Kommando eine Quarzstruk-

tur gemäß Abschnitt 5 erzeugen. Nach jedem Entwicklungsschritt kann der momentane Zustand des Syntheseprozesses auf Plattendateien gerettet werden und zu einem späteren Zeitpunkt zu Ende geführt werden. Durch eine Rückkehr zu vorangegangenen Entwicklungsschritten können alternative Abbaureihenfolgen auf ihre Realisierbarkeit überprüft werden, ohne daß der Abspaltprozeß jeweils von vorne begonnen werden muß. Diese Betriebsart ist dann angebracht, wenn bereits eine Lösung erzielt ist und versucht wird, durch Wahl einer anderen Abspaltreihenfolge eine günstigere Realisierung z.B. im Bezug auf Bauelementestreue zu finden.

b) Stapelbetrieb:

Alle Kommandos für eine vollständige Synthese können auf einer Plattendatei abgelegt werden. Das Programm LCSYN führt sie in der angegebenen Reihenfolge aus. Diese Betriebsart wird benutzt, wenn LCSYN von einem anderen Programm (z.B. ROPTI) bedient wird.

c) Vollautomatischer Betrieb:

Die vollständige Synthese erfolgt ohne Benutzereingriff nach den in Abschnitt 3 und 4 dargestellten Kriterien. Diese Betriebsart kann als erster Schritt benutzt werden, um eine sinnvolle Abspaltreihenfolge zu erzielen, die dann im Dialogbetrieb leicht modifiziert werden kann. Meist wird bereits bei einer vollautomatischen Synthese die gewünschte Lösung erreicht.

Das Programm LCSYN dient zur Entscheidung der Abspaltreihenfolge und des Strukturtyps; zur Durchführung eines Abspaltschrittes ruft es das Programm ABSYN auf, das den numerischen Kern des Synthesepakets bildet. Ebenfalls von LCSYN aufgerufen, erzeugt das Programm SYGRF eine graphische Darstellung auf dem Sichtgerät (Bild 8.2), die dem Benutzer einen Überblick über die realisierte Schaltungsstruktur und einen groben Eindruck der Bauelementewerte vermittelt. Jedes Bauelement wird mit einer

geringen Modifikation der Schaltungsstruktur und zur Änderung der meisten Bauelementewerte. Bei einer Quarzfiltersynthese würden die vorher gleich groß erzeugten Ersatzinduktivitäten verschieden große Werte annehmen. Durch das Programm ROPTI läßt sich auch bei Quarzfiltern ein vorgeschriebener Abschlußwiderstand erzielen. Es wird ein bereits vorhandener freier Parameter, z.B. Quarzinduktivität, so variiert, daß sich der vorgeschriebene Abschlußwiderstand R_V ergibt. Hierzu wird iterativ, teils mit Hilfe der Regula falsi, teils durch Intervallschachtelung eine Nullstellenbestimmung des nichtlinearen Ausdrucks

$$R(x_i) - R_V = 0$$

durchgeführt. Mit $R(x_i)$ sei der Abschlußwiderstand bezeichnet, der sich bei der Synthese ergibt, wenn der zu variiierende Parameter den Wert x_i annimmt. ROPTI benutzt zur Berechnung von $R(x_i)$ das Programm LCSYN. Da für jeden Iterationsschritt eine komplette Synthese der Schaltung durchgeführt werden muß, ist dieses Vorgehen sehr zeitaufwendig. Bei Beispiel 5.3.2, wo durch Variation der Quarzinduktivität der Hochpaßglieder der Abschlußwiderstand den vorgeschriebenen Wert Eins annahm, waren ca. 20 Minuten Rechenzeit erforderlich.

Mit ROPTI wird ein Grenzbereich zum direkten rechnergestützten Schaltungsentwurf beschritten. So ließe sich mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus bei Freigabe von mehreren Bauelementewerten schneller ein Ergebnis erzielen. Die Forderungen, d.h. die vorgeschriebene Übertragungsfunktion sowie der Abschlußwiderstand Eins würden dann jedoch nur im Sinne der minimalen Fehlerquadratsumme oder eines ähnlichen Kriteriums erfüllt, wohingegen bei Benutzung von ROPTI ein äquivalentes Zweitort mit exakt der gleichen vorgeschriebenen Übertragungsfunktion erzeugt wird, das den vorgeschriebenen Abschlußwiderstand besitzt.

8.4 Weiterbearbeitung der erzeugten Reaktanzschaltung

Nach der Synthese eines Reaktanzzweiters durch LCSYN liegt ein realisierbares, d.h. mit Hilfe von Spulen, Kondensatoren und gegebenenfalls Übertragern in die Praxis umsetzbares Netzwerk vor. Es ließe sich an dieser Stelle eine Kontrollanalyse durchführen. Hierzu werden alle Reaktanzen durch einen individuellen Verlustwiderstand ergänzt und eine Analyse /WE3/ der so modifizierten Schaltung durchgeführt, um zu überprüfen, ob die globale Verlustvorverzerrung durch HVVVZ den gewünschten Erfolg hatte. Dies ist jedoch nur eine Weiterbearbeitung der Schaltung in weiterem Sinne. Unter Weiterbearbeitung im strengeren Sinn sind Äquivalenztransformationen der Reaktanzschaltung oder Umsetzung in andere Technologien zu verstehen.

8.4.1 Äquivalenztransformationen von Reaktanzzweitern (ATZT)

Die in Abschnitt 6 beschriebene erweiterte NORTON-Umformung sowie andere gängige Äquivalenztransformationen wie z.B. die Stern-Dreiecksumformung sind in dem stark graphikorientierten Programm ATZT implementiert /WA1, JU2/. An einem graphischen Arbeitsplatz lassen sich die gewünschte Transformation sowie die Schaltungselemente, auf die sie angewendet werden soll, mit Hilfe eines Lichtgriffels auswählen (Bild 8.3).

Durch den Einsatz von graphischen Hilfsmitteln werden Mißverständnisse im Mensch-Maschine-Dialog /FL1/ vermieden. Fehleingaben können sofort erkannt und korrigiert werden, da z.B. jede Lichtgriffelaktion durch Blinken des entsprechenden Bildteils quittiert wird. Außer dieser rechnergestützten Äquivalenztransformation kann mit ATZT eine Normierung bzw. Entnormierung der Bauelemente auf eine Bezugsfrequenz und einem Bezugswiderstand durchgeführt werden. Abschließend können die entnormierten Bauelementewerte auf Drucker sowie eine Zeichnung der Schaltungsstruktur auf Plotter ausgegeben werden.

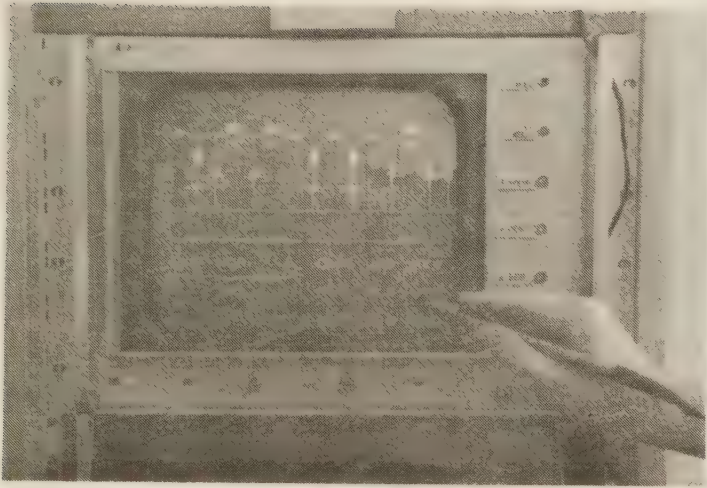
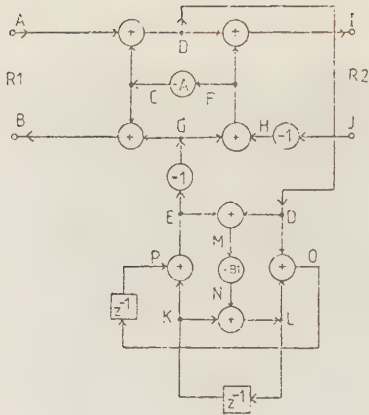


Bild 8.3: Äquivalenztransformationen mit Lichtgriffeleinsatz

8.4.2 Synthese von Wellendigitalfiltern (WDF, SENSI, DSIM)

Eine Umsetzung von Reaktanzreferenzfiltern in eine andere Technologie findet an sich bereits bei der Synthese von Quarzfiltern (Abschnitt 5) statt. Jedoch sind Quarzschwinger als passive verlustarme Bauelemente einem LC-Schwingkreis noch eng verwandt. Weiter entfernt wären die aktiven Filterrealisierungen z.B. mit Hilfe der BRUTON-Transformation und abtastanaloge Technologien wie z.B. SC-Filter, anzusiedeln. Zur Dokumentation der Vielseitigkeit des vorliegenden Filtersynthesepakets wurde als Beispiel für die Verwendung von LC-Referenzfiltern eine im Bezug zu Reaktanzfiltern extrem fremdartige Technologie gewählt: die Wellendigitalfilter. Hierzu existiert das Programm WDF /BA2/, das die Umsetzung von LC-Strukturen in digitale Filter nach dem "klassischen" Konzept von FETTWEIS /FE3/ und zwei von CONSTANTINIDES /CO1/ angegebenen Methoden



UMSETZVERFAHREN

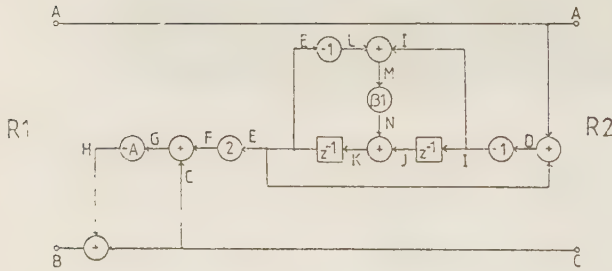
FET

$$R1 = (LCR2 + R2)/(LC + CR2 + 1)$$

$$A = (LC + 1)/(LC + CR2 + 1) = \frac{R1}{R2}$$

$$B1 = 1/(LC + 1)$$

a)



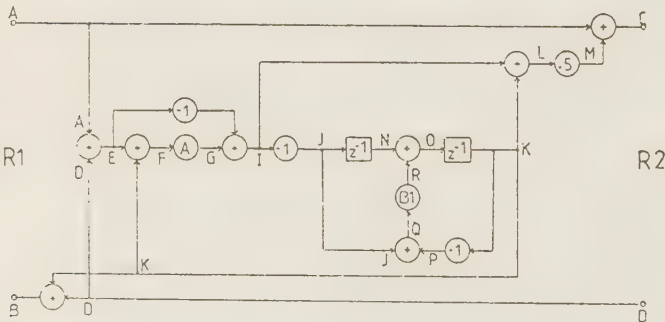
UMSETZVERFAHREN

IVR

$$L' = \frac{LC + 1}{C}$$

$$R1 = \frac{R2L'}{R2 + L'} \quad A = \frac{R1}{L'} \quad B = \frac{1 - LC}{1 + LC}$$

b)



UMSETZVERFAHREN

MTA

$$L' = \frac{LC + 1}{C}$$

$$R1 = \frac{R2 L'}{R2 + L'} \quad A = \frac{L' - R2}{L' + R2} \quad B = \frac{1 - LC}{1 + LC}$$

c)

Bild 8.4: Wellenflußdiagramme für einen Reihenschwingkreis
a) nach Fettweis
b) Invariant Voltage Ratio und
c) Modified Transfer Admittance Methode nach Constantinides

durchführen kann. Die Bilder 8.4a bis 8.4c zeigen als Beispiel die digitalen Wellenflußdiagramme für ein aus dem Reihenschwingkreis im Querzweig bestehendes Kettenglied. Die Ausgabedatei von WDF enthält alle nötigen Informationen, die zu einer späteren Analyse /MA2/ oder Simulation /PE1/ des digitalen Filters nötig sind. Zum Vergleich der verschiedenen Realisierungsmethoden kann mit dem Programm SENSI /BA2/ die Empfindlichkeitsanalyse des digitalen Filters bezüglich jedes Multipliziererkoeffizienten durchgeführt werden.

ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Synthese von Reaktanzzweitoren zeichnen sich Abspaltverfahren durch übersichtliche Algorithmen aus, neigen aber bei der numerischen Durchführung zur Anhäufung von Rundungsfehlern. Das vorliegende Verfahren benutzt die Pol-Nullstellen-Darstellung bei allen Berechnungen, die numerisch wesentlich günstiger konditioniert ist als die übliche Koeffizientenform. Dem Nachteil des hohen Rechenaufwandes bei der Nullstellenbestimmung wird durch ein neuartiges, sehr schnelles Verfahren zur iterativen Lösung nichtlinearer Gleichungen begegnet.

Das verwendete Abspaltverfahren wurde so ergänzt, daß keramische Filter und Quarzfilter als Abzweigschaltung realisiert werden können. Ein Beispiel hierzu ist als fertigungsreifer Prototyp aufgebaut worden. Zur Realisierung kopplungsfreier Reaktanzzweitore werden Bedingungen zur Wahl der Abspaltreihenfolge angegeben, die den bisher bekannten Kriterien überlegen sind.

Durch eine erweiterte Norton-Transformation wird eine Anpassung von Eingangs- und Ausgangsimpedanz erzielt. Hierdurch ergibt sich auch ein günstigerer Wert für die Bauelementestreueung.

Alle beschriebenen Algorithmen sind als Filtersyntheseprogrammpaket auf einem Minicomputer implementiert.

LITERATURVERZEICHNIS

- /BA1/ Bader, W.:
Kopplungsfreie Kettenschaltung.
TFT 31, S. 177-187, 1942.
- /BA2/ Bächer, D.:
Synthese von Wellendigitalfiltern.
Diplomarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1982, vom Verfasser betreut.
- /BI1/ Bianco, S.; Titli, M.:
A comparative analysis of different methods solving the accuracy problem in filter design.
CSELT rapporti tecnici, vol. 9, no. 5, S. 475-478, 1981.
- /BI2/ Björck, A.; Dahlquist, G.:
Numerische Methoden.
R. Oldenbourg-Verlag, München 1972.
- /BO1/ Bosse, G.; Eckelmann, W.:
Realisierung von elektrischen Filtern in Kettenschaltung durch Faktorisierung der Kettenmatrix.
Frequenz 31, Heft 6, S. 189-192, 1977.
- /BO2/ Bosse, G.:
Synthese elektrischer Siebschaltungen.
Hirzel Verlag, Stuttgart 1963.
- /CO1/ Constantinides, A.G.:
Digital Filters and their Application.
Academic Press, London, New-York, San Francisco, pp. 107-129, 1978.
- /EC1/ Eckelmann, G.:
Ein schnelles und zuverlässiges Rechenprogramm zur genauen Hurwitzfaktorisierung eines Polynoms in der Netzwerksynthese.
Dissertation, TH Darmstadt, 1976.

- /EC2/ Eckelmann, W.:
Ein Rechenverfahren zur Synthese von verlustfreien
Zweitoren.
Dissertation, TH Darmstadt, 1976.
- /EN1/ Entenmann, W.:
Vortrag NTG-Fachgruppe "Numerische Verfahren".
Frankfurt a.M., 21.4.1982.
- /FE1/ Fettweis, A.:
Zur Faktorenzerlegung der Betriebs-Kettenmatrix von
Reaktanzzweitoren.
AEÜ 23, Heft 12, S. 605-614, 1969.
- /FE2/ Fettweis, A.:
Digital Filter Structures related to Classical Networks.
AEÜ, vol. 25, pp. 79-89, Febr. 1971.
- /FE3/ Feistel, K.H.:
private Mitteilungen.
- /FI1/ Fialkow, A.:
A Note on LC-R Synthesis of Filters.
IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-29, pp. 331-333, 1982.
- /FI2/ Fialkow, A.:
Inductance, capacitance networks terminated in resistance.
IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-26, pp. 603-641,
1979.
- /FI3/ Fialkow, A.; Gerst, I.:
The Transfer Function of Networks without Mutual
Reaktance.
Quart. Appl. Math, 12, pp. 117-131, 1954.
- /FL1/ Flohrer, W.:
Benutzergesichtspunkte für den Dialog mit Automaten.
VDI-Z 123, Nr. 18, S. 774-777, 1981.

- /FU1/ Fujisawa, T.:
Realizability theorem for mid-series or mid-shunt low-pass ladders without mutual induction.
IRE Trans. Circuit Theory, vol. CT-2, pp.320-325, 1955.
- /GA1/ Gaißmaier, B.:
Beiträge zur Approximation von Dämpfungsentzerrern.
Dissertation, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1975.
- /GE1/ Geiger, K.:
Synthese von Reaktanzzweitoren mit approximativer Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten.
Studienarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1980, vom Verfasser betreut.
- /GO1/ Göttlicher, W.:
HIDAP - Programmpaket für hochdynamische Arithmetik.
Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1980.
- /GO2/ Göttlicher, W.:
Rechnergestützter Entwurf eines Reaktanzfilters.
Vortrag zum Tag der Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1981.
- /GO3/ Göttlicher, W.:
PASEO - Programm zur Nullstellenbestimmung mit Hilfe des Parabel-Sekanten-Verfahrens.
Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1980.
- /HA1/ Harper, E.:
Computer Aided Filter Design.
M.Sc. 1969, Report. Department of Computer Science, London Marconi Co. Ltd.
- /HA2/ Hänchen, K.:
Synthese von Reaktanzzweitoren.
Diplomarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1981, vom Verfasser betreut.

- /HO1/ Hohneker, W.; Kicherer, H.; Unbehauen, R.; Wüpper, A.:
Approximation Problems in Circuit Design - A Survey.
ECCTD 83, Stuttgart, Sept. 1983.
- /HO2/ Holt, A.G.J.; Gray, R.L.:
Bandpass Crystal Filters by Transformation of a Low-
Pass Ladder.
IEEE Trans. Circuit Theory, Dec. 1968.
- /HO3/ Hofmann, J.:
Realisierung von digitalen Filtern mit Hilfe von Reak-
tanzreferenzfiltern.
Studienarbeit am Lehrst. f. Allgem. und Theor. Elektro-
technik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1981, vom Verfasser
betreut.
- /HU1/ Huber, B.:
Monolithisch integrierbare Filter für Bildschirmtext-
modems in Bipolar- und MOS-Technik.
TE KA DE Technische Mitteilungen, S. 51-57, Nürnberg
1982.
- /IS1/ Isaacson, E.; Keller, H.B.:
Analyse numerischer Verfahren.
Verlag Harri Deutsch, Zürich-Frankfurt a.M., 1973.
- /JU1/ Junker, H.:
Ein verbesserter Algorithmus zur Synthese verlust-
freier Zweitore durch Faktorisierung der Kettenmatrix.
Dissertation, TH Darmstadt, 1981.
- /JU2/ Junker, A.:
Äquivalenztransformation von Zweitoren.
Studienarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektro-
technik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1982, vom Verfasser
betreut.

- /KE1/ Keramidis, S.:
Realisierung von Übertragungsfunktionen bzw. charakteristischen Funktionen von Reaktanzvierpolen über den Eingangsbetriebswiderstand.
Diplomarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1970.
- /KR1/ Krauß, Ch.:
Beiträge zur gleichzeitigen und sukzessiven Approximation von Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitvorschriften.
Dissertation, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1979.
- /MA1/ Maehly, H.J.:
Zur iterativen Auflösung Algebraischer Gleichungen.
Z. Angew. Math. Phys., Bd. 5, S. 260-263, 1954.
- /MA2/ Maier, W.:
Analyseprogramm für digitale Filtersysteme.
Diplomarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1983.
- /ME1/ Mecklenbräuker, W.:
Ein Beitrag zur Theorie verlustbehafteter Vierpole.
AEÜ 24, S. 283-290, 1970.
- /MI1/ Miquotte, M.:
An Inequality About Faktors of Polynomials.
Mathematics of computation, vol. 28, no. 128, pp. 1153-1157, Oct. 1974.
- /MU1/ Muller, D.:
A Method for Solving Algebraic Equations using an Automatic Computer.
Math. Tables and other Aids to Computation, vol. 10, pp. 208-215, 1956.

- /NE1/ Neiryneck, J.; Bui, N.C.; Trau, C.:
Influence of the Extraction Order of Attenuation Poles
in a Lowpass Filter.
El. Letters, vol. 9, no. 17, pp. 381-381, Aug. 1973.
- /NE2/ Neiryneck, J.; Trau, C.:
On the Extraction Order of the Attenuation Poles in
LC-Filter.
Proc. of the IEE, European Conference on Circuit Theory
and Design, London 1974.
- /NO1/ Norek, C.:
Product Method for the Calculation of the effective -
Loss LC-Filters.
Proc. Int. Symp. on Network Theory, Univ. of Belgrade,
pp. 353-365, Sept. 1968.
- /OK1/ Okolowitz, H.P.:
Zur Synthese verlustfreier Zweitore durch Faktorzerle-
gung der Betriebsparametermatrizen.
Dissertation, Univ. Bochum, 1971.
- /PE1/ Peer, D.:
Simulation von Digitalen Filtern auf dem Prozeßrechner
HP 21 MX.
Studienarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektro-
technik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1982, vom Verfasser
betreut.
- /PI1/ Piloty, H.:
Kanonische Kettenschaltungen für Reaktanzvierpole mit
vorgeschriebenen Betriebseigenschaften.
Telegr.-Fernspr.-, Funk- und Fernsehtechn. 29,
S. 249-258, 279-290, 320-325, 1940.
- /RA1/ Ralston, A.; Wilf, H.S.:
Mathematische Methoden für Digitalrechner.
R. Oldenbourg-Verlag, Bd. I+II, München 1969.

- /RU1/ Rumpelt, E.:
Über den Entwurf elektrischer Wellenfilter mit vor-
geschriebenen Betriebsverhalten.
Unveröffentlichtes Manuskript, 1947.
- /RU2/ Rutishauser, H.:
Vorlesungen über numerische Mathematik.
Birkhäuser-Verlag, Basel-Stuttgart 1976.
- /SW1/ Swamy, M.N.S.; Thyagarajan, K.S.:
A New Type of Wave Digital Filter.
Department of Electrical Engineering Concordia
University Montreal, vol. 300, no. 1, pp. 41-58,
July 1975.
- /SZ1/ Szentirmai, G.:
On the Realization of Crystal Band-Pass Filters.
IEEE Transact. on Circuit Theory, June 1964.
- /TH1/ Thiran, J.P.; Bastelaer, Ph.; Wellekens, Ch.:
Description of a filter synthesis and analysis pro-
gram with a special study of the numerical accuracy.
Revue MBLE/2, pp. 39-58, 1970.
- /UN1/ Unbehauen, R.:
Synthese elektrischer Netzwerke.
R. Oldenbourg-Verlag, München 1972.
- /UN2/ Unbehauen, R.:
Zur Ermittlung kanonischer Reaktanzvierpole mit vorge-
schriebener Kettenmatrix.
AEÜ 12, S. 545-556, 1958.
- /UN3/ Unbehauen, R.:
Die Approximationsaufgabe in der Netzwerksynthese und
ihre Lösung.
NTZ 21, Heft 10, S. 593-664, 1968.

- /WA1/ Wagner, B.A.:
Grafische Darstellung und Umformungen von Zweitoren.
Studienarbeit am Lehrst. f. Allgem. u. Theor. Elektrotechnik, Univ. Erlangen-Nürnberg, 1980, vom Verfasser betreut.
- /WE1/ Wehrhahn, E.:
Neue Analyse- und Optimierungsmethoden für den rechnergestützten Entwurf elektrischer Netzwerke.
Habilitationsschrift, Universität Erlangen-Nürnberg, 1977.
- /WE2/ Wehrhahn, E.:
A new Approach in the Computation of Poles and Zeros in large Networks.
IEEE T-CAS, vol. 26, no. 9, pp. 700-707, Sept. 1979.
- /WE3/ Weisenhorn, F.:
Ein Beitrag zur Bestimmung der Nullstellen aus einem Polynom in Summenform und aus der Summe von Polynomen in Produktform.
AEÜ 24, Heft 7/8, S. 372-378, 1970.
- /WE4/ Wellekens, C.; Praet, J.:
Programs for passive and active Filter Synthesis.
MBLE Technical Note, no. 128, 1978.
- /WI1/ Willkinson, J.H.:
Rundungsfehler.
Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1969.
- /WU1/ Wüpper, A.:
Beiträge zur Approximation von Dämpfung, Phase und Gruppenlaufzeit.
Dissertation, Univ. Erlangen-Nürnberg (in Vorbereitung)

A N H A N G

Zu den in der Arbeit behandelten Beispielen sind im folgenden die genauen Daten, d.h. Zählerkonstante, Pol- und Nullstellen der charakteristischen Funktion, Zählerkonstante und Polstellen der Übertragungsfunktion sowie Zählerkonstante, Nullstellen und Pole der Eingangsimpedanz angegeben. Die Nullstellen der Übertragungsfunktion sind nicht erneut aufgeführt, da sie gleich den Polstellen der charakteristischen Funktion sind. Ebenso ist eine Realisierung, d.h. die Netzwerkstruktur sowie die Bauelementewerte wiedergegeben, soweit dies nicht in der Arbeit bereits erfolgt ist.

Hochpaßfilter - Abschn. 4.6.1

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	6.4784352475076D-02	
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.0000000000000D+00	
	n _{02/03}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.1074532505669D+00	j
	n _{04/05}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.1838575071101D+00	j
	n _{06/07}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.4838456639056D+00	j
	n _{08/09}	=	0.0000000000000D+00 ± 3.4789029606869D+00	j
Polstellen	P ₀₁	=	0.0000000000000D+00	
	P _{02/03}	=	0.0000000000000D+00 ± 4.4452576700334D-01	j
	P _{04/05}	=	0.0000000000000D+00 ± 7.6750659297004D-01	j
	P _{06/07}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.3279841658831D-01	j
	P _{08/09}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9348996196495D-01	j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	4.9973789297408D-01	
Polstellen	P ₀₁	=	-8.4245302980601D-01	
	P _{02/03}	=	-8.1601416007023D-01 ± 6.9028649210407D-01	j
	P _{04/05}	=	-3.4349676019928D-01 ± 1.0399802566422D+00	j
	P _{06/07}	=	-2.7137235636105D-02 ± 1.0587401248871D+00	j
	P _{08/09}	=	-1.1505661135141D-01 ± 1.0639452687592D+00	j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	1.0669168373179D+00	
Nullstellen	n ₀₁	=	-9.5460750977148D-01	
	n _{02/03}	=	-3.9133294056068D-06 ± 8.9877270705748D-01	j
	n _{04/05}	=	-3.0838415775988D-02 ± 1.0786398326806D+00	j
	n _{06/07}	=	-1.8357872450537D-01 ± 1.1560325091282D+00	j
	n _{08/09}	=	-9.9285545566620D-01 ± 1.1616638308402D+00	j
Polstellen	P ₀₁	=	-1.3636648914884D+00	
	P ₀₂	=	-1.1669666772355D+00	
	P ₀₃	=	0.0000000000000D+00	
	P _{04/05}	=	-6.1887739294243D-03 ± 1.0579699188025D+00	j
	P _{06/07}	=	-8.3641962342565D-02 ± 1.1078733684267D+00	j
	P _{08/09}	=	-4.0870210835569D-01 ± 1.2377599653136D+00	j

Realisierung: siehe Bild 4.2 / Tabelle 4.2

Bandpaßfilter - Abschn. 4.6.2

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	2.8508170863836D+02
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.000000000000D+00
	n ₀₂	=	1.000000000000D+00
	n _{03/04}	=	0.000000000000D+00 ± 9.7580627017610D-01 j
	n _{05/06}	=	0.000000000000D+00 ± 9.7864460855306D-01 j
	n _{07/08}	=	0.000000000000D+00 ± 9.8610335770104D-01 j
	n _{09/10}	=	0.000000000000D+00 ± 9.9929689147241D-01 j
	n _{11/12}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0140675653788D+00 j
	n _{13/14}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0232815763870D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	0.000000000000D+00
	P _{02/03}	=	0.000000000000D+00 ± 9.4780527073077D-01 j
	P _{04/05}	=	0.000000000000D+00 ± 9.6665590480241D-01 j
	P _{06/07}	=	0.000000000000D+00 ± 9.7062884157429D-01 j
	P _{08/09}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0780595074137D+00 j
	P _{10/11}	=	0.000000000000D+00 ± 1.1201005160520D+00 j
	P _{12/13}	=	0.000000000000D+00 ± 1.4278008441853D+00 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	3.5077662638417D-03
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0059259925429D+00
	P ₀₂	=	-9.9407847941346D-01
	P _{03/04}	=	-5.5158133485912D-03 ± 9.7289380962271D-01 j
	P _{05/06}	=	-1.2744141915592D-03 ± 9.7292685862199D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.6325233185517D-02 ± 9.7570214764668D-01 j
	P _{09/10}	=	-3.1614205760132D-02 ± 9.9525423299414D-01 j
	P _{11/12}	=	-2.5472878850042D-02 ± 1.0239956336804D+00 j
	P _{13/14}	=	-8.3584974192805D-03 ± 1.0364388112372D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	1.0885632787333D+00
Nullstellen	n ₀₁	=	-9.9998393864065D-01
	n _{02/03}	=	-7.8286490889465D-07 ± 9.4441052990331D-01 j
	n _{04/05}	=	-8.4372405602402D-04 ± 9.7359685510302D-01 j
	n _{06/07}	=	-5.9102781891733D-03 ± 9.7614817259739D-01 j
	n _{08/09}	=	-1.7108522745691D-02 ± 9.8996640068755D-01 j
	n _{10/11}	=	-1.6827394191226D-02 ± 1.0179312541091D+00 j
	n _{12/13}	=	-3.5933163185989D-03 ± 1.0344624438393D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0000160611671D+00
	P ₀₂	=	0.000000000000D+00
	P _{03/04}	=	-6.5394197744003D-06 ± 9.7134396280041D-01 j
	P _{05/06}	=	-2.8139384910918D-03 ± 9.7424835776522D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.1051446473336D-02 ± 9.8076172832864D-01 j
	P _{09/10}	=	-1.9697811925878D-02 ± 1.0036427766482D+00 j
	P _{11/12}	=	-1.0696902699326D-02 ± 1.0287108994603D+00 j
	P _{13/14}	=	-6.9697737196829D-06 ± 1.0627272692261D+00 j

Filter mit zwei Durchlaßbereichen - Abschn. 4.6.3 und

7.2.2.2, Beispiel 1

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	9.9714033013333D-01
Nullstellen	n _{01/02}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.1101147226189D+00 j
	n _{03/04}	=	0.0000000000000D+00 ± 2.5149508819034D+00 j
	n _{05/06}	=	0.0000000000000D+00 ± 5.4340982707213D+00 j
	n _{07/08}	=	0.0000000000000D+00 ± 6.4975498890500D+00 j
	n _{09/10}	=	0.0000000000000D+00 ± 7.1733180423423D+00 j
Polstellen	P _{01/02}	=	0.0000000000000D+00 ± 3.7976519521633D+00 j
	P _{03/04}	=	0.0000000000000D+00 ± 4.1823250304382D+00 j
	P _{05/06}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.1072461790375D+00 j
	P _{07/08}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.5956464786104D+00 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	1.0028678710310D+00
Polstellen	P _{01/02}	=	-1.7876151244885D+00 ± 1.6159314309630D+00 j
	P _{03/04}	=	-3.6763823759864D-01 ± 2.8650486112076D+00 j
	P _{05/06}	=	-3.0073851664895D-01 ± 5.2869317126282D+00 j
	P _{07/08}	=	-5.3273576223205D-01 ± 6.5654852839711D+00 j
	P _{09/10}	=	-1.4823326106441D-01 ± 7.2533696252984D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	3.1369609020326D+00
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.3241858681150D+00
	n _{02/03}	=	-4.0298485605167D-01 ± 2.5672613806353D+00 j
	n _{04/05}	=	-3.0683367942808D-02 ± 4.9207897441627D+00 j
	n _{06/07}	=	-3.5265639639608D-01 ± 6.1086124276392D+00 j
	n _{08/09}	=	-1.2006289656823D-01 ± 7.1523096908009D+00 j
Polstellen	P _{01/02}	=	-9.5640632381639D-01 ± 1.5153225200127D+00 j
	P _{03/04}	=	-1.1861041095937D-01 ± 2.8672056068710D+00 j
	P _{05/06}	=	-1.7438278505355D-01 ± 5.3893099068544D+00 j
	P _{07/08}	=	-2.6968168032223D-01 ± 6.6364136051010D+00 j
	P _{09/10}	=	-4.9399250864747D-02 ± 7.2878190834955D+00 j

Realisierung: siehe Bild 4.6 / Tabelle 4.4

Keramisches Filter - Abschn. 5.3.1

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	2.0504048610309D+01
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.000000000000D+00
	n ₀₂	=	1.000000000000D+00
	n _{03/04}	=	0.000000000000D+00 ± 3.963331782086D+00 j
	n _{05/06}	=	0.000000000000D+00 ± 3.9887467548486D+00 j
	n _{07/08}	=	0.000000000000D+00 ± 4.0234692706553D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	0.000000000000D+00
	P _{02/03}	=	0.000000000000D+00 ± 3.7674765637212D+00 j
	P _{04/05}	=	0.000000000000D+00 ± 3.8016043185756D+00 j
	P _{06/07}	=	0.000000000000D+00 ± 3.8267023876069D+00 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	4.8770855893174D-02
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0376158378476D+00
	P ₀₂	=	-9.6383848424911D-01
	P _{03/04}	=	-1.4380091626141D-02 ± 3.9479389948136D+00 j
	P _{05/06}	=	-4.3849486145984D-02 ± 3.9779851723593D+00 j
	P _{07/08}	=	-4.1351573613752D-02 ± 4.0494091016483D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	1.1003083124347D+00
Nullstellen	n ₀₁	=	-9.9932832352954D-01
	n _{02/03}	=	-6.4453188300087D-11 ± 3.8087287922697D+00 j
	n _{04/05}	=	-1.6942644988135D-02 ± 3.9602443005806D+00 j
	n _{06/07}	=	-3.2466472177593D-02 ± 4.0212968373130D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0006721810797D+00
	P ₀₂	=	0.000000000000D+00
	P _{03/04}	=	-5.7984582021207D-03 ± 3.9495472408975D+00 j
	P _{05/06}	=	-2.7415223637352D-02 ± 3.9847299592017D+00 j
	P _{07/08}	=	-1.6604383837810D-02 ± 4.0538996200271D+00 j

Realisierung: siehe Bild 5.9 / Tabelle 5.1

Quarzbandpaß - Abschn. 5.3.2

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	5.0197202570180D+03
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.0000000000000D+00
	n ₀₂	=	1.0000000000000D+00
	n _{03/04}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9985270150877D-01 j
	n _{05/06}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9986761437380D-01 j
	n _{07/08}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9990324691210D-01 j
	n _{09/10}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9996363624881D-01 j
	n _{11/12}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0000365223601D+00 j
	n _{13/14}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0000968508197D+00 j
	n _{15/16}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0001324213173D+00 j
	n _{17/18}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0001473023482D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	0.0000000000000D+00
	P _{02/03}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9923392374270D-01 j
	P _{04/05}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9971201981621D-01 j
	P _{06/07}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9978953150146D-01 j
	P _{08/09}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.9981083987952D-01 j
	P _{10/11}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0001890539111D+00 j
	P _{12/13}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0002102975300D+00 j
	P _{14/15}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0002875191700D+00 j
	P _{16/17}	=	0.0000000000000D+00 ± 1.0007619620001D+00 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	1.9921428860541D-04
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0001992331062D+00
	P ₀₂	=	-9.9980080658021D-01
	P _{03/04}	=	-4.0008347519824D-06 ± 9.9985015221645D-01 j
	P _{05/06}	=	-1.4115979137929D-05 ± 9.9986388620147D-01 j
	P _{07/08}	=	-2.8949249798555D-05 ± 9.9989840028280D-01 j
	P _{09/10}	=	-4.3221292416099D-05 ± 9.9996099637920D-01 j
	P _{11/12}	=	-4.3195783540870D-05 ± 1.0000391748387D+00 j
	P _{13/14}	=	-2.8904654178169D-05 ± 1.0001016965708D+00 j
	P _{15/16}	=	-1.4086688797345D-05 ± 1.0001361434256D+00 j
	P _{17/18}	=	-3.9916567760620D-06 ± 1.0001498459735D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	1.0001804859826D+00
Nullstellen	n ₀₁	=	-9.9999998016062D-01
	n _{02/03}	=	-9.3428489914689D-10 ± 9.9982591188366D-01 j
	n _{04/05}	=	-4.7479521231670D-06 ± 9.9985480993585D-01 j
	n _{06/07}	=	-1.3158699390420D-05 ± 9.9988379343017D-01 j
	n _{08/09}	=	2.2194718614054D-05 ± 9.9994365309984D-01 j
	n _{10/11}	=	-2.3952932334924D-05 ± 1.0000246910108D+00 j
	n _{12/13}	=	-1.6452104515862D-05 ± 1.0000940849098D+00 j
	n _{14/15}	=	-7.8823015565463D-06 ± 1.0001337775742D+00 j
	n _{16/17}	=	-1.8434285803178D-06 ± 1.0001493572565D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0000000198394D+00
	P ₀₂	=	0.0000000000000D+00
	P _{03/04}	=	-1.8485228696017D-06 ± 9.9985064360196D-01 j
	P _{05/06}	=	-7.8996829743842D-06 ± 9.9986626057447D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.6477718011293D-05 ± 9.9990602939399D-01 j
	P _{09/10}	=	-2.3963654555691D-05 ± 9.9997549532495D-01 j
	P _{11/12}	=	-2.2175196262107D-05 ± 1.0000565156150D+00 j
	P _{13/14}	=	-1.3132893970112D-05 ± 1.0001162887265D+00 j
	P _{15/16}	=	-4.7344920002928D-06 ± 1.0001452034727D+00 j
	P _{17/18}	=	-9.1096135903088D-10 ± 1.0001740922498D+00 j

Realisierung: siehe Bild 5.11 / Tabelle 5.2

Filter - Abschn. 6.3

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	9.6835612254652D+00
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.000000000000D+00
	n ₀₂	=	1.000000000000D+00
	n _{03/04}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0019908144909D+00 j
	n _{05/06}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0037520950208D+00 j
	n _{07/08}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0086968763909D+00 j
	n _{09/10}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0200352296078D+00 j
	n _{11/12}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0372014613929D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	0.000000000000D+00
	P _{02/03}	=	0.000000000000D+00 ± 9.6359185301498D-01 j
	P _{04/05}	=	0.000000000000D+00 ± 9.8005857984433D-01 j
	P _{06/07}	=	0.000000000000D+00 ± 9.9115768478525D-01 j
	P _{08/09}	=	0.000000000000D+00 ± 9.9605624461985D-01 j
	P _{10/11}	=	0.000000000000D+00 ± 9.9780975188581D-01 j
	P _{11/12}	=	0.000000000000D+00 ± 9.9780975188581D-01 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	1.0326779339972D-01
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0947747563621D+00
	P ₀₂	=	-9.1550917469191D-01
	P _{03/04}	=	-6.8061268546873D-04 ± 1.0012097068852D+00 j
	P _{05/06}	=	-2.6157568644989D-03 ± 1.0023199873087D+00 j
	P _{07/08}	=	-6.7350694654552D-03 ± 1.0055434828885D+00 j
	P _{09/10}	=	-1.6008401712311D-02 ± 1.0145678205802D+00 j
	P _{11/12}	=	-2.4843478990003D-02 ± 1.0467293180309D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	1.0560252852447D+00
Nullstellen	n ₀₁	=	-9.9621254559397D-01
	n _{02/03}	=	-1.9326798931342D-09 ± 9.8909470993397D-01 j
	n _{04/05}	=	-5.7055209877897D-04 ± 1.0016215810915D+00 j
	n _{06/07}	=	-2.4972318460927D-03 ± 1.0041395004090D+00 j
	n _{08/09}	=	-7.5870968116044D-03 ± 1.0125681683724D+00 j
	n _{10/11}	=	-1.4202253324054D-02 ± 1.0387282449945D+00 j
	n _{11/12}	=	-1.4202253324054D-02 ± 1.0387282449945D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0038100674551D+00
	P ₀₂	=	0.000000000000D+00
	P _{03/04}	=	-1.1598500594840D-04 ± 1.0009646864725D+00 j
	P _{05/06}	=	-1.4204927610320D-03 ± 1.0025625096077D+00 j
	P _{07/08}	=	-4.2863654879810D-03 ± 1.0073285654596D+00 j
	P _{09/10}	=	-1.1499772338953D-02 ± 1.0213329299956D+00 j
	P _{11/12}	=	-8.7849933009025D-03 ± 1.0636333595083D+00 j

Realisierung: Bild 6.15 / Tabelle 6.1

Bild 6.16 / Tabelle 6.2

Bandpaß - Abschn. 7.2.2.2, Beispiel 2

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	4.6633654200769D+03
Nullstellen	n _{01/02}	=	0.000000000000D+00 ± 7.5701662863000D-01 j
	n _{03/04}	=	0.000000000000D+00 ± 7.6024179735000D-01 j
	n _{05/06}	=	0.000000000000D+00 ± 7.6843029331000D-01 j
	n _{07/08}	=	0.000000000000D+00 ± 7.8554789292000D-01 j
	n _{09/10}	=	0.000000000000D+00 ± 8.1847215810000D-01 j
	n _{11/12}	=	0.000000000000D+00 ± 8.7625996896000D-01 j
	n _{13/14}	=	0.000000000000D+00 ± 9.6427776520000D-01 j
	n _{15/16}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0729472357200D+00 j
	n _{17/18}	=	0.000000000000D+00 ± 1.1765471199500D+00 j
	n _{19/20}	=	0.000000000000D+00 ± 1.2533226817100D+00 j
	n _{21/22}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3001055744900D+00 j
	n _{23/24}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3251094849400D+00 j
	n _{25/26}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3371787244900D+00 j
	n _{27/28}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3419524580500D+00 j
Polstellen	P ₀₁	=	0.000000000000D+00
	P ₀₂	=	0.000000000000D+00
	P _{03/04}	=	0.000000000000D+00 ± 5.4423677476000D-01 j
	P _{05/06}	=	0.000000000000D+00 ± 6.6340367640000D-01 j
	P _{07/08}	=	0.000000000000D+00 ± 7.0999635558000D-01 j
	P _{09/10}	=	0.000000000000D+00 ± 7.2934486786000D-01 j
	P _{11/12}	=	0.000000000000D+00 ± 7.4130410395000D-01 j
	P _{13/14}	=	0.000000000000D+00 ± 7.4722804981000D-01 j
	P _{15/16}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3573725304000D+00 j
	P _{17/18}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3648334771400D+00 j
	P _{19/20}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3781355179900D+00 j
	P _{21/22}	=	0.000000000000D+00 ± 1.4110541524400D+00 j
	P _{23/24}	=	0.000000000000D+00 ± 1.4953243544500D+00 j
	P _{25/26}	=	0.000000000000D+00 ± 1.7768663095500D+00 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	2.1443740945000D-04
Polstellen	P _{01/02}	=	-1.1690397521073D-03 ± 7.5594563883987D-01 j
	P _{03/04}	=	-4.1825074672630D-03 ± 7.5857350190794D-01 j
	P _{05/06}	=	-9.4341763824725D-03 ± 7.6538531409797D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.9130008049170D-02 ± 7.8003250706419D-01 j
	P _{09/10}	=	-3.6107689891492D-02 ± 8.09437444240504D-01 j
	P _{11/12}	=	-6.1557508791373D-02 ± 8.6458231172732D-01 j
	P _{13/14}	=	-8.8204265329438D-02 ± 9.5576301177458D-01 j
	P _{15/16}	=	-9.7211736174012D-02 ± 1.0750451076940D+00 j
	P _{17/18}	=	-7.9474886506578D-02 ± 1.1873780977462D+00 j
	P _{19/20}	=	-5.0911856576606D-02 ± 1.2646577285506D+00 j
	P _{21/22}	=	-2.7924564064944D-02 ± 1.3078753901583D+00 j
	P _{23/24}	=	-1.3902863327659D-02 ± 1.3295570025992D+00 j
	P _{25/26}	=	-6.1893099239327D-03 ± 1.3396353957259D+00 j
	P _{27/28}	=	-1.7373655467200D-03 ± 1.3435413385574D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	4.9713777778377D-01
Nullstellen	n ₀₁	=	0.000000000000D+00
	n _{02/03}	=	-3.8351028386017D-04 ± 7.5590731998910D-01 j
	n _{04/05}	=	-2.3355111724326D-03 ± 7.5907455110460D-01 j
	n _{06/07}	=	-5.6366371272252D-03 ± 7.6775238117679D-01 j
	n _{08/09}	=	-1.2096848512595D-02 ± 7.8726343512745D-01 j
	n _{10/11}	=	-2.3831868390427D-02 ± 8.2764586330678D-01 j
	n _{12/13}	=	-4.0571402211815D-02 ± 9.0286576449672D-01 j
	n _{14/15}	=	-5.3185252986294D-02 ± 1.0175652258601D+00 j
	n _{16/17}	=	-4.8854027096419D-02 ± 1.1442618949755D+00 j
	n _{18/19}	=	-3.2324404711176D-02 ± 1.2416127205280D+00 j
	n _{20/21}	=	-1.7269598438561D-02 ± 1.2983186787112D+00 j
	n _{22/23}	=	-8.1655411201632D-03 ± 1.3264774208295D+00 j
	n _{24/25}	=	-3.3927403433242D-03 ± 1.3390771552553D+00 j
	n _{26/27}	=	-5.2154649759192D-04 ± 1.3437049721523D+00 j
Polstellen	P _{01/02}	=	-4.2301162043550D-10 ± 7.4567014470422D-01 j
	P _{03/04}	=	-1.1541998381024D-03 ± 7.5684003148836D-01 j
	P _{05/06}	=	-3.8456592085348D-03 ± 7.6228400944572D-01 j
	P _{07/08}	=	-8.7794493250758D-03 ± 7.7613099062578D-01 j
	P _{09/10}	=	-1.7820091990520D-02 ± 8.0585258496905D-01 j
	P _{11/12}	=	-3.1960183320044D-02 ± 8.6313948559848D-01 j
	P _{13/14}	=	-4.7073410481066D-02 ± 9.5778640086935D-01 j
	P _{15/16}	=	-5.1885034390921D-02 ± 1.0799263595105D+00 j
	P _{17/18}	=	-4.1241031238578D-02 ± 1.1939882523282D+00 j
	P _{19/20}	=	-2.5009687872931D-02 ± 1.2719944971964D+00 j
	P _{21/22}	=	-1.2643784641476D-02 ± 1.3145470808398D+00 j
	P _{23/24}	=	-5.5265505718555D-03 ± 1.3345083413544D+00 j
	P _{25/26}	=	-1.6298055055492D-03 ± 1.3422906587723D+00 j
	P _{27/28}	=	-8.4218519312596D-11 ± 1.3621360924721D+00 j

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	6.0712447316839D+03
Nullstellen	n ₀₁	=	-8.9986249190000D-01
	n ₀₂	=	8.9986249190000D-01
	n _{03/04}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9974509660000D-01 j
	n _{05/06}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9977143580000D-01 j
	n _{07/08}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9982704740000D-01 j
	n _{09/10}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9989795260000D-01 j
	n _{11/12}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9995356420000D-01 j
	n _{13/14}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9997990340000D-01 j
Polstellen	P ₀₁	=	0.0000000000000D+00
	P _{02/03}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9924241810000D-01 j
	P _{04/05}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9962100970000D-01 j
	P _{06/07}	=	0.0000000000000D+00 ± 8.9967518630000D-01 j
	P _{08/09}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.0004981370000D-01 j
	P _{10/11}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.0010399030000D-01 j
	P _{12/13}	=	0.0000000000000D+00 ± 9.0048258190000D-01 j

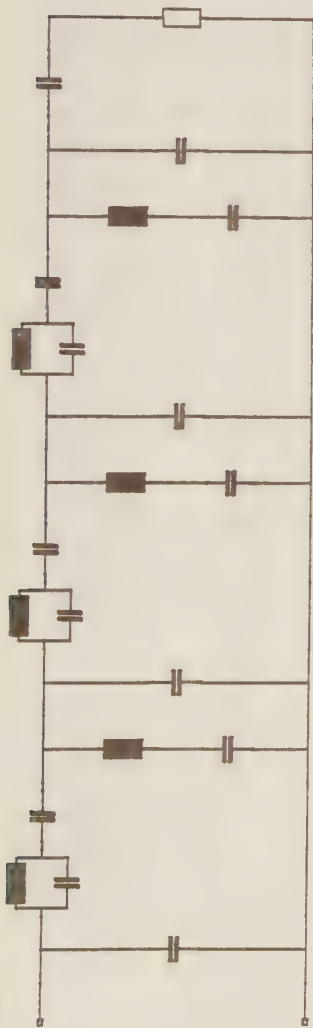
Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	1.6471086971364D-04
Polstellen	P ₀₁	=	-9.0002721784407D-01
	P ₀₂	=	-8.9969779610465D-01
	P _{03/04}	=	-3.4936618243715D-06 ± 8.9974407895116D-01 j
	P _{05/06}	=	-1.1552342827076D-05 ± 8.9977021150841D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.9199339335190D-05 ± 8.9982635148176D-01 j
	P _{09/10}	=	-1.9199339335362D-05 ± 8.9989864851824D-01 j
	P _{11/12}	=	-1.1552342827346D-05 ± 8.9995478849159D-01 j
	P _{13/14}	=	-3.4936618244783D-06 ± 8.9998092104884D-01 j

Eingangsimpedanz:

Konstante	K	=	8.9993099766233D-01
Nullstellen	n ₀₁	=	-8.9986247682681D-01
	n _{02/03}	=	-8.6256882882920D-07 ± 8.9974032768576D-01 j
	n _{04/05}	=	-5.3236645671334D-06 ± 8.9976279276588D-01 j
	n _{06/07}	=	-9.5834812274688D-06 ± 8.9981670585059D-01 j
	n _{08/09}	=	-1.0161267222121D-05 ± 8.9989045872743D-01 j
	n _{10/11}	=	-6.3292162554654D-06 ± 8.9995068373248D-01 j
	n _{12/13}	=	-1.9851464679539D-06 ± 8.9997978849991D-01 j
Polstellen	P ₀₁	=	-8.9986250697319D-01
	P ₀₂	=	0.0000000000000D+00
	P _{03/04}	=	-1.9851691881894D-06 ± 8.9974521157350D-01 j
	P _{05/06}	=	-6.3292537259675D-06 ± 8.9977431655348D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.0161302283566D-05 ± 8.9983454184100D-01 j
	P _{09/10}	=	-9.5834783069808D-06 ± 8.9990829484303D-01 j
	P _{11/12}	=	-5.3236371806513D-06 ± 8.9996220779891D-01 j
	P _{13/14}	=	-8.6250388368760D-07 ± 8.9998467273398D-01 j

kopplungsfreie Realisierung:



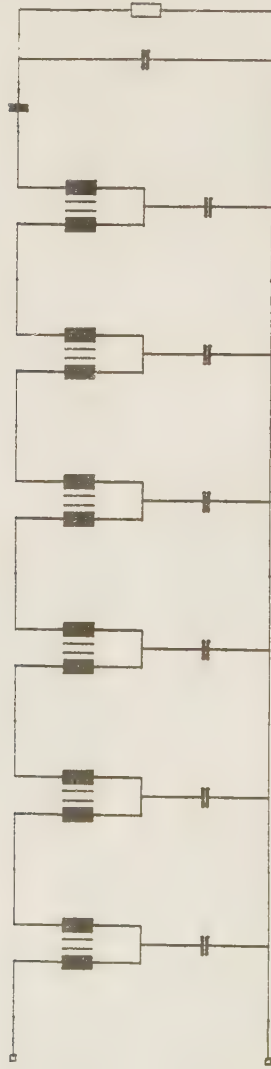
♦♦ RZT SYNTHESIS ♦♦
SESSION 68

(REV. 0003 930304)
18 JUNE, 1983

6:32 PM SAT., 18 JUNE, 1983
(KEY: 0003 830304)

QUEKAPAZTIAET	C=7	0892066872236773D-01			
LAEGSPARZITIAET	C=5	10996083080039D+03	OMEGA=	9.0004981370000001D-01	
LAEREIHEKAPAZTIAET	C=5	06006623993886D+03			
QUEKAPAZTIAET	C=6	10996083080039D+03	OMEGA=	8.9967518630000001D-01	
LAEGSPARZITIAET	C=1	787002408667124D+04			
LAEREIHEKAPAZTIAET	C=1	787002408667124D+04	L=	1.877224648615607+03	OMEGA=
LAEGSPARZITIAET	C=4	13224009109235D+00			
LAEREIHEKAPAZTIAET	C=2	43932400182180D+02	L=	2.7943075297462983D-03	OMEGA=
LAEGSPARZITIAET	C=2	392289309603D+03			
LAEREIHEKAPAZTIAET	C=2	737333331933D+00	L=	8.84296086804218D+02	OMEGA=
QUEKAPAZTIAET	C=2	2879227846354D+01			
LAEGSPARZITIAET	C=8	787002408667124D+04	L=	1.962266372275332D-02	OMEGA=
LAEREIHEKAPAZTIAET	C=8	787002408667124D+04			
QUEKAPAZTIAET	C=5	179763981075497D+03	L=	1.512394811367365D+02	OMEGA=
LAEGSPARZITIAET	C=5	66577376943493D+00			
LAEREIHEKAPAZTIAET	C=5	66577376943493D+00	R=	1.8145375026769200D+00	
ABSCHLUSS UND ERSTLAND					

kanonische Realisierung:



(REV.0003 830621)
8:25 PM TUE., 21 JUNE, 1983

*** RZT SYNTHESSE ***
SESSION 66

BRUNEGLIED C= 1.4654111977249485D-02 L1= 0.3394407647937321D+01 L2= 0.5394680539927635D+01 M= 0.4309210644496984D+01
BRUNEGLIED C= 4.9740130660304337D-01 L1= 1.3530709012729248D+00 L2= 4.5432259056680837D+00 M= 2.4793762866634054D+00
BRUNEGLIED C= 5.0446023955064420D-01 L1= 3.078205581715371D-01 L2= 1.5469260476600113D+01 M= 2.4493668051781223D+00
BRUNEGLIED C= 0.4846847986431307D-02 L1= 1.985963311179750D+00 L2= 1.6851873343874446D+02 M= 1.4212175611829622D+01
BRUNEGLIED C= 6.732942210372807D-03 L1= 2.9126617570077421D+01 L2= 1.1535983193812807D+03 M= 1.8349474368667286D+02
LAENGSKAPAZITRET C= 1.0254502336363119D-03 L1= 2.3171565541318046D+02 L2= 6.253879267145064D+03 M= 1.2037944007310617D+03
QUERKAPAZITRET C= 2.4454043267953368D-04
ABSCHLUSSWIDERSTAND C= 1.6060283065947156D+00 R= 6.9189085968042560D-01

Bandpaß mit geringer Welligkeit - Abschn. 7.2.2.2, Beispiel 4

Charakteristische Funktion:

Konstante	K	=	5.3542508491800D+03
Nullstellen	n ₀₁	=	-1.000000000000D+00
	n ₀₂	=	1.000000000000D+00
	n _{03/04}	=	0.000000000000D+00 ± 8.0735633671000D-01 j
	n _{05/06}	=	0.000000000000D+00 ± 8.1187684698000D-01 j
	n _{07/08}	=	0.000000000000D+00 ± 8.2302532789000D-01 j
	n _{09/10}	=	0.000000000000D+00 ± 8.4539065745000D-01 j
	n _{11/12}	=	0.000000000000D+00 ± 8.8558784483000D-01 j
	n _{13/14}	=	0.000000000000D+00 ± 9.4784139813000D-01 j
	n _{15/16}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0248280173100D+00 j
	n _{17/18}	=	0.000000000000D+00 ± 1.0970531972500D+00 j
	n _{19/20}	=	0.000000000000D+00 ± 1.1494451115400D+00 j
	n _{21/22}	=	0.000000000000D+00 ± 1.1808500802300D+00 j
	n _{23/24}	=	0.000000000000D+00 ± 1.1971615018000D+00 j
	n _{25/26}	=	0.000000000000D+00 ± 1.2039059165500D+00 j

Polstellen	P ₀₁	=	0.000000000000D+00
	P _{02/03}	=	0.000000000000D+00 ± 4.6628042505000D-01 j
	P _{04/05}	=	0.000000000000D+00 ± 6.6901189460000D-01 j
	P _{06/07}	=	0.000000000000D+00 ± 7.4303031417000D-01 j
	P _{08/09}	=	0.000000000000D+00 ± 7.7377984140000D-01 j
	P _{10/11}	=	0.000000000000D+00 ± 7.8526125142000D-01 j
	P _{12/13}	=	0.000000000000D+00 ± 7.8961490717000D-01 j
	P _{14/15}	=	0.000000000000D+00 ± 1.2311334833300D+00 j
	P _{16/17}	=	0.000000000000D+00 ± 1.2380058668000D+00 j
	P _{18/19}	=	0.000000000000D+00 ± 1.2565060616600D+00 j
	P _{20/21}	=	0.000000000000D+00 ± 1.3089102647700D+00 j
	P _{22/23}	=	0.000000000000D+00 ± 1.4550684866700D+00 j
	P _{24/25}	=	0.000000000000D+00 ± 2.0948620342300D+00 j

Übertragungsfunktion:

Konstante	K	=	1.8676749150689D-04
Polstellen	P ₀₁	=	-1.0004017967597D+00
	P ₀₂	=	-9.9959835664792D-01
	P _{03/04}	=	-1.9715692657106D-03 ± 8.0516643733018D-01 j
	P _{05/06}	=	-6.8917029365468D-03 ± 8.0862937975304D-01 j
	P _{07/08}	=	-1.5075901894048D-02 ± 8.1738132393342D-01 j
	P _{09/10}	=	-2.9472938723461D-02 ± 8.3594766178371D-01 j
	P _{11/12}	=	-5.2073331521904D-02 ± 8.7289229749053D-01 j
	P _{13/14}	=	-7.6887231873572D-02 ± 9.3856682746795D-01 j
	P _{15/16}	=	-8.4341773954285D-02 ± 1.0279376775610D+00 j
	P _{17/18}	=	-6.6425848643290D-02 ± 1.1090381003637D+00 j
	P _{19/20}	=	-4.1150666483590D-02 ± 1.1610214889563D+00 j
	P _{21/22}	=	-2.2052800468788D-02 ± 1.1886380910627D+00 j
	P _{23/24}	=	-1.0306810523800D-02 ± 1.2019096154671D+00 j
	P _{25/26}	=	-2.9745784332827D-03 ± 1.2071934182430D+00 j

Eingangsimpedanz:

Konstante K = 3.7353498301372D-04

Nullstellen

n_{01}	=	-9.9999994644406D-01	
$n_{02/03}$	=	0.000000000000D+00	± 7.4650461642041D-01 j
$n_{04/05}$	=	-1.2573060106749D-03	± 8.0603859549414D-01 j
$n_{06/07}$	=	-5.1046957044829D-03	± 8.1180642421576D-01 j
$n_{08/09}$	=	-1.1863822511163D-02	± 8.2696036391596D-01 j
$n_{10/11}$	=	-2.3756787935158D-02	± 8.5993887154854D-01 j
$n_{12/13}$	=	-3.8843834934037D-02	± 9.2135517917370D-01 j
$n_{14/15}$	=	-4.6169748802664D-02	± 1.0091640809925D+00 j
$n_{16/17}$	=	-3.7865585892817D-02	± 1.0955817218469D+00 j
$n_{18/19}$	=	-2.3186144842905D-02	± 1.1551979952804D+00 j
$n_{20/21}$	=	-1.1794766994750D-02	± 1.1877133812944D+00 j
$n_{22/23}$	=	-4.8037568841684D-03	± 1.2028588204650D+00 j
$n_{24/25}$	=	-1.6617959703357D-04	± 1.2103427051104D+00 j

Polstellen

P_{01}	=	-1.0000000535559D+00	
P_{02}	=	0.000000000000D+00	
$P_{03/04}$	=	-1.1463615915787D-04	± 8.0314198284685D-01 j
$P_{05/06}$	=	-3.2209257329475D-03	± 8.0806629677009D-01 j
$P_{07/08}$	=	-8.0970842118487D-03	± 8.1826738626994D-01 j
$P_{09/10}$	=	-1.6826513997117D-02	± 8.4096276125869D-01 j
$P_{11/12}$	=	-3.0558245111002D-02	± 8.8589739219228D-01 j
$P_{13/14}$	=	-4.3947685134867D-02	± 9.6080205453146D-01 j
$P_{15/16}$	=	-4.4448890976790D-02	± 1.0527681114382D+00 j
$P_{17/18}$	=	-3.1269211042710D-02	± 1.1292614658303D+00 j
$P_{19/20}$	=	-1.6901476405195D-02	± 1.1750677668253D+00 j
$P_{21/22}$	=	-7.5485007445659D-03	± 1.1972621528140D+00 j
$P_{23/24}$	=	-1.8794194129110D-03	± 1.2058967228526D+00 j
$P_{25/26}$	=	0.000000000000D+00	± 1.3050097758053D+00 j

L e b e n s l a u f

Walther Friedrich Göttlicher

- 15.2.1950 geboren in Nürnberg als Sohn des Dipl.-Ing. Johann
Göttlicher und seiner Ehefrau Else, geb. Schmeißer
- 1956 - 1960 Besuch der Volksschule in Nürnberg
- 1960 - 1969 Besuch des Martin-Behaim-Gymnasiums in Nürnberg.
Abschluß mit der Reifeprüfung am 28.6.1969
- 1969 - 1975 Studium der Elektrotechnik an der Friedrich-
Alexander Universität Erlangen-Nürnberg.
Abschluß mit der Diplomprüfung am 18.8.1975
- 1975 - 1977 wissenschaftliche Hilfskraft am Lehrstuhl für
Allgemeine und Theoretische Elektrotechnik der
Universität Erlangen-Nürnberg
- seit 1977 wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für
Allgemeine und Theoretische Elektrotechnik der
Universität Erlangen-Nürnberg

Copy-Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30

Tel. 09131-26197